5.1 解：(1) 由单边拉普拉斯变换的定义求解。

$$F(s)=\int_{0_-}^{\infty}(1-e^{-t})e^{-st}dt=\int_{0_-}^{\infty}e^{-st}dt-\int_{0_-}^{\infty}e^{-(s+1)t}dt$$

$$=\frac{1}{s}-\frac{1}{s+1}=\frac{1}{s(s+1)}.\quad Re[s]>0$$

(3) 同理 $F(s)=3\int_{0_-}^{\infty}\sin t\, e^{-st}dt+2\int_{0_-}^{\infty}\cos t\, e^{-st}dt$

$$=\frac{3}{2j}\int_{0_-}^{\infty}e^{jt}e^{-st}dt-\frac{3}{2j}\int_{0_-}^{\infty}e^{-jt}e^{-st}dt+\int_{0_-}^{\infty}e^{jt}e^{-st}dt$$

$$+\int_{0_-}^{\infty}e^{-jt}e^{-st}dt$$

$$=\frac{3}{2j}\left(\frac{1}{s-j}-\frac{1}{s+j}\right)+\left(\frac{1}{s-j}+\frac{1}{s+j}\right)$$

$$=\frac{3}{2j}\cdot\frac{2j}{s^2+1}+\frac{2s}{s^2+1}=\frac{3+2s}{s^2+1}.\quad Re[s]>0.$$

(8) 同理 $F(s)=\int_{0_-}^{\infty}[2\delta(t)-e^{-t}]e^{-st}dt=2-\frac{1}{s+1}=\frac{2s+1}{s+1}.\quad Re[s]>-1$

5.2、解：(a) $f(t)=\varepsilon(t)+\varepsilon(t+1)-\varepsilon(t-2)-\varepsilon(t-3)$. 又 ~~EF~~ $\varepsilon(t)\leftrightarrow\frac{1}{s}$. $Re[s]>0$. 由时移特性有 $F(s)=\frac{1}{s}+\frac{1}{s}e^{s}-\frac{1}{s}e^{-2s}-\frac{1}{s}e^{-3s}$

$$=\frac{(1+e^{-s})(1-e^{-2s})}{s}.\quad Re[s]>0$$

(f). $f(t)=\sin(\pi t)[\varepsilon(t)-\varepsilon(t-1)]=\sin(\pi t)\varepsilon(t)-\sin(\pi t)\varepsilon(t-1)$.

$=\sin(\pi t)\varepsilon(t)+\sin[\pi(t-1)]\varepsilon(t-1)$. 又 $\sin(\pi t)\varepsilon(t)\leftrightarrow\frac{\pi}{s^2+\pi^2}$.

故由时移特性有 $F(s)=\frac{\pi}{s^2+\pi^2}+\frac{\pi}{s^2+\pi^2}e^{-s}=\frac{\pi(1+e^{-s})}{s^2+\pi^2}.\quad Re[s]>0.$

5.3. 解：(1) 因为 $e^{-t}\varepsilon(t) \longleftrightarrow \frac{1}{s+1}$. 故

$$F(s)=\frac{1}{s+1}-\frac{1}{s+1}e^{-2s}=\frac{1}{s+1}(1-e^{-2s})$$

(3). 因为 $\sin(\pi t)[\varepsilon(t)-\varepsilon(t-1)]=\sin(\pi t)\varepsilon(t)+\sin[\pi(t-1)]\varepsilon(t-1)$.

故 $F(s)=\frac{\pi(1+e^{-s})}{s^2+\pi^2}$

(5). 因为 $\delta(4t-2)=\frac{1}{4}\delta(t-\frac{1}{2})$. 故 $F(s)=\frac{1}{4}e^{-\frac{1}{2}s}$.

(7) 因为 $\sin(2t-\frac{\pi}{4})\varepsilon(t)=\sin(2t)\cos\frac{\pi}{4}\varepsilon(t)-\cos(2t)\sin\frac{\pi}{4}\varepsilon(t)$、

故 $F(s)=\frac{2}{s^2+4}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}-\frac{s}{s^2+4}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{2-s}{\sqrt{2}(s^2+4)}$

(9) 因为 $\sin(\pi t)\varepsilon(t)\longleftrightarrow\frac{\pi}{s^2+\pi^2}$. 故由时域积分特性有

$$F(s)=\frac{1}{s}\cdot\frac{\pi}{s^2+\pi^2}=\frac{\pi}{s(s^2+\pi^2)}.$$

(11). 由时域微分特性有 $F(s)=s^2\cdot\frac{\pi}{s^2+\pi^2}=\frac{s^2\pi}{s^2+\pi^2}$.

(13) 因为 $e^{-2t}\varepsilon(t)\longleftrightarrow\frac{1}{s+2}$. 故由s域微分特性有.

$\mathcal{L}[(-t)^2e^{-2t}\varepsilon(t)]=\frac{d^2}{ds^2}(\frac{1}{s+2})$. 即 $t^2e^{-2t}\varepsilon(t)\longleftrightarrow\frac{2}{(s+2)^3}$.

(15). $f(t)=te^{-(t-3)}\varepsilon(t-1)=te^{2}\cdot e^{-(t-1)}\varepsilon(t-1)$. 又

$e^{-(t-1)}\varepsilon(t-1)\longleftrightarrow\frac{e^{-s}}{s+1}$. 则 $F(s)=\frac{(s+2)e^{-s}}{(s+1)^2}e^{2}=\frac{(s+2)}{(s+1)^2}e^{-(s-2)}$.

5.4. 解：(2) 已知 $f(t)\leftrightarrow F(s)$. 由时移特性有 $f(t-1)\leftrightarrow e^{-s}F(s)$.
再由尺度变换有 $f(2t-1)\leftrightarrow\frac{1}{2}F(\frac{s}{2})e^{-\frac{s}{2}}$、最后由s域平移特性
有 $e^{-3t}f(2t-1)\longleftrightarrow\frac{1}{2}F[\frac{1}{2}(s+3)]e^{-\frac{1}{2}(s+3)}$

故所求像函数 $Y(s)=\frac{2e^{-\frac{1}{2}(s+3)}}{s^2+4s+7}$.

(4). 因为 $f(t) \longleftrightarrow F(s)$. $f(2t-1) \longleftrightarrow \frac{1}{2}F(\frac{s}{2})e^{-\frac{s}{2}}$. 再由s域微分特性有 $tf(2t-1) \longleftrightarrow -\frac{1}{2}\frac{d}{ds}\left[F(\frac{s}{2})e^{-\frac{s}{2}}\right]$. 经化简后可得

象函数 $Y(s) = \frac{s^2+2s}{(s^2-2s+4)^2}e^{-\frac{s}{2}}$