8.1 (1) 因为 $\varepsilon(t) \leftrightarrow \frac{1}{s}$, $Re[s]>0$;

$e^{-t}\varepsilon(t) \leftrightarrow \frac{1}{s+1}$, $Re[s]>-1$

所以 $1-e^{-t}$ 的单边拉普拉斯变换为

$F(s)=\frac{1}{s}-\frac{1}{s+1}$, $Re[s]>0$

~~(2) 因为 $\varepsilon(t) \leftrightarrow \frac{1}{s}$, $Re[s]>0$,~~

~~$e^{-t}\varepsilon(t) \leftrightarrow \frac{1}{s+1}$, $Re[s]>-1$~~

~~$e^{-2t}\varepsilon(t) \leftrightarrow \frac{1}{s+2}$, $Re[s]>-2$~~

~~所以 $\mathcal{L}[1-2e^{-t}+e^{-2t}]=\frac{1}{s}-\frac{2}{s+1}+\frac{1}{s+2}$, $Re[s]>0$~~

(3) 因为 ~~$\sin t \leftrightarrow$~~ $\sin t\,\varepsilon(t) \leftrightarrow \frac{1}{s^2+1}$, $Re[s]>0$,

$\cos t\,\varepsilon(t) \leftrightarrow \frac{s}{s^2+1}$, $Re[s]>0$

所以 $\mathcal{L}[3\sin t+2\cos t]=\frac{3}{s^2+1}+\frac{2s}{s^2+1}=\frac{3+2s}{s^2+1}$, $Re[s]>0$

5.1

(8) 因为 $\delta(t) \longleftrightarrow 1, Re[s] > -\infty$

$e^{-t} \longleftrightarrow \frac{1}{s+1}, Re[s] > -1$

所以 $\mathscr{L}[2\delta(t) - e^{-t}] = 2 - \frac{1}{s+1} = \frac{2s+1}{s+1}, Re[s] > -1$

5.2 (a) $f(t)=\varepsilon(t)+\varepsilon(t-1)-\varepsilon(t-2)-\varepsilon(t-3)$

因为 $\varepsilon(t) \longleftrightarrow \frac{1}{s}$, $Re[s]>0$

所以 ~~$f(t)$~~ $f(t)$ 的拉普拉斯变换

$$F(s)=\frac{1}{s}+\frac{e^{-s}}{s}-\frac{e^{-2s}}{s}-\frac{e^{-3s}}{s}$$

$$=\frac{1}{s}(1+e^{-s}-e^{-2s}-e^{-3s}), \quad Re[s]>0$$

(f) $f(t)=\sin(\pi t)\varepsilon(t)-\sin(\pi t)\varepsilon(t-1)=\underbrace{\sin(\pi t)\varepsilon(t)+\sin(\pi t-\pi)\varepsilon(t-1)}$

因为 $\sin(\pi t)\varepsilon(t) \longleftrightarrow \frac{\pi}{s^2+\pi^2}$, $Re[s]>0$

所以 $f(t)$ 的拉普拉斯变换

$F(s)=\frac{\pi}{s^2+\pi^2}(1+e^{-s})$ ，$Re[s]>0$

5.3 (1) 因为 $e^{-t}\varepsilon(t)\longleftrightarrow\frac{1}{s+1}$ ，$Re[s]>0$

所以 $F(s)=\frac{1}{s+1}-\frac{e^{-2s}}{s+1}=\frac{1}{s+1}(1-e^{-2s})$，$Re[s]>0$

(3) 因为 $f(t)=\sin(\pi t)[\varepsilon(t)-\varepsilon(t-1)]$

$=\sin(\pi t)\varepsilon(t)+\sin(\pi t-\pi)\varepsilon(t-1)$

所以 $F(s)=\frac{\pi}{s^2+\pi^2}(1+e^{-s})$，$Re[s]>0$

(5) $f(t)=\delta(4t-2)=\frac{1}{4}\delta(t-\frac{1}{2})\varepsilon(t-\frac{1}{2})$

所以 $F(s)=\frac{1}{4}e^{-2s}$； $Re[s]>-\infty$

(7) $f(t)=\sin[2(t-\frac{\pi}{8})]\varepsilon(t)=\frac{\sqrt{2}}{2}(\sin 2t-\cos 2t)\varepsilon(t)$

所以 $F(s)=\frac{\sqrt{2}}{2}(\frac{2}{s^2+4}-\frac{s}{s^2+4})=\frac{1}{s^2+4}(\sqrt{2}-\frac{\sqrt{2}}{2}s)$，$Re[s]>0$

(9) $f(t)=\int_0^t\sin(\pi x)dx$

所以 $F(s)=\frac{1}{s}\cdot\frac{\pi}{s^2+\pi^2}=\frac{1}{s^3+\pi s}$ ，$Re[s]>0$

(11) $f(t)=\frac{d^2}{dt^2}[\sin(\pi t)\varepsilon(t)]$

所以 $F(s)=s^2\frac{\pi}{s^2+\pi^2}=\frac{\pi s^2}{s^2+\pi^2}$ ，$Re[s]>0$

(13) $f(t)=t^2e^{-2t}\varepsilon(t)$,

因为 $e^{-2t}\varepsilon(t) \leftrightarrow \frac{1}{s+2}$, $Re[s]>-2$

所以 $F(s)=\frac{d^2}{ds^2}\left(\frac{1}{s+2}\right) = \frac{2}{(s+2)^3}$, $Re[s]>-2$

(15) $f(t)= te^{-(t-3)}\varepsilon(t-1) = e^2(t)e^{-(t-1)}\varepsilon(t-1)$

因为 $e^{-(t-1)}\varepsilon(t-1)\leftrightarrow \frac{1}{s}\cdot e^{-s}$, $Re[s]>0$

所以 $F(s) = -e^2\frac{dF(s)}{ds} = e^{2-s}\left(\frac{1}{s^2}+\frac{1}{s}\right)$, $Re[s]>0$

5.4 (2) 因为 $f(t)\leftrightarrow \frac{1}{s^2-s+1}$

所以 $f(2t-1)\leftrightarrow \frac{1}{2}\cdot\frac{e^{-\frac{s}{2}}}{\frac{s^2}{4}-\frac{s}{2}+1} = \frac{e^{-\frac{s}{2}}}{\frac{s^2}{2}-s+2}$

由复频移特性得

$y(t) = e^{-3t}f(2t-1)\leftrightarrow Y(s)$

$= e^{-\frac{s+3}{2}} \Big/ \left[\frac{(s+3)^2}{2} - \quad s-1\right]$

(4) $y(t)=tf(2t-1) = -[-tf(2t-1)]$

所以 $Y(s) = -\frac{d}{ds}\left(\frac{e^{-\frac{s}{2}}}{\frac{s^2}{2}-s+2}\right)$

$= \frac{e^{-\frac{s}{2}}(s^2+2s)}{(s^2+2s+4)^2}$