3.6

(4) 先求零输入状态响应

$$y_{zi}(k)+3y_{zi}(k-1)+2y_{zi}(k-2)=0$$

且 $y_{zi}(-1)=y(-1)=1 \quad y_{zi}(-2)=y(-2)=0$

令$k=0,1$ 得 $y_{zi}(0)=-3 \quad y_{zi}(1)=7$

又∵特征方程为 $\lambda^2+3\lambda+2=0$

∴特征根为$\lambda_1=-1,\ \lambda_2=-2$

∴齐次解为 $y_{zi}(k)=C_{zi1}(-1)^k+C_{zi2}(-2)^k$

代入初始条件有 $y_{zi}(0)=C_{zi1}+C_{zi2}=-3$

$y_{zi}(1)=-C_{zi1}-2C_{zi2}=7$

∴$C_{zi1}=1 \quad C_{zi2}=-4$ ∴ $y_{zi}(k)=(-1)^k-4(-2)^k,\ k\geq0$

再求零状态响应

∵$y_{zs}(k)=\varepsilon(k)-3y_{zs}(k-1)-2y_{zs}(k-2)$

且 $y_{zs}(-1)=y_{zs}(-2)=0$

∴ $y_{zs}(0)=1-0-0=1 \quad y_{zs}(1)=1-3-0=-2$

~~齐次解~~特征根为$\lambda_1=-1,\ \lambda_2=-2$ 特解为 $y_p(k)=\frac{1}{6}$

∴ $y_{zs}(k)=C_{zs1}(-1)^k+C_{zs2}(-2)^k+\frac{1}{6}$

代入初始条件为 $y_{zs}(0)=C_{zs1}+C_{zs2}+\frac{1}{6}=1$

$y_{zs}(1)=-C_{zs1}-2C_{zs2}+\frac{1}{6}=-2$

∴$C_{zs1}=-\frac{1}{2} \quad C_{zs2}=\frac{4}{3}$ ∴ $y_{zs}(k)=-\frac{1}{2}\cdot(-1)^k+\frac{4}{3}(-2)^k+\frac{1}{6},k\geq0$

∴$y(k)=\frac{1}{2}\cdot(-1)^k-\frac{8}{3}(-2)^k+\frac{1}{6},\ k\geq0$

3.10

(b) 设最左边的加法器输出为 $x(k)$

则 左边的加法器得 $x(k)=f(k)+x(k-1)-0.24x(k-2)$

即 ~~f(~~ $x(k)-x(k-1)+0.24x(k-2)=f(k)$ ①

右边的加法器得 $y(k)=x(k)-0.5x(k-1)$ ②

①② 消去 $x(k)$ 得 $y(k)-y(k-1)+0.24y(k-2)=f(k)-0.5f(k-1)$

根据单位序列响应定义有

$$\begin{cases} h(k)-h(k-1)+0.24h(k-2)=\delta(k)-0.5\delta(k-1) & ③ \\ h(-1)=h(-2)=0 \end{cases}$$

由LTI系统性质可知，③式的激励可看作是 $\delta(k)$ 和 $-0.5\delta(k-1)$ 的叠加，即 $h(k)=h_1(k)+h_2(k)$

先求只有 $\delta(k)$ 激励时的 $h_1(k)$

则 $\begin{cases} h_1(k)-h_1(k-1)+0.24h_1(k-2)=\delta(k) \\ h_1(-1)=h_1(-2)=0 \end{cases}$

令 $k=0,1$ 可得 $h_1(1)=1$ $h_1(0)=1$

当 $k>0$ 时 $h_1(k)-h_1(k-1)+0.24h_1(k-2)=0$

特征方程为 $\lambda^2-\lambda+0.24=0$

特征根为 $\lambda_1=0.4$ $\lambda_2=0.6$

∴ 齐次解为 $h_1(k)=C_{zs1}\cdot 0.4^k+C_{zs2}\cdot 0.6^k, k\geq 0$

代入初始条件得 $C_{zs1}=-2$ $C_{zs2}=3$

∴ $h_1(k)=-2\times 0.4^k+3\times 0.4^k, k\geq 0$

再求只有~~δ~~ $-0.5\delta(k-1)$作用时的$h_2(k)$

由LTI性系质可知

$$h_2(k) = -0.5h_1(k-1) = 0.4^{k-1} - \frac{3}{2}\times 0.4^{k-1}, \quad k\geq 0$$

$$\therefore h(k) = h_1(k) + h_2(k)$$

$$= 0.5\times 0.4^{k} + 0.5\times 0.6^{k}, \quad k\geq 0$$

即 $h(k) = 0.5(0.4^k + 0.6^k)\varepsilon(k)$