第二章

2.4 解：(1) 零输入响应：令 $y''(t)+4y'(t)+3y(t)=0$

求得特征根：$\lambda_1=-1$，$\lambda_2=-3$

初始值：$\cancel{y(0_+)}=y(0_-)=1=y_{zi}(0_+)$

$\cancel{y'(0_+)}=y'(0_-)=1=y'_{zi}(0_+)$

∴ 易得：$y_{zi}(t)=C_1e^{-t}+C_2e^{-3t}$

$y'_{zi}(t)=-C_1e^{-t}-3C_2e^{-3t}$

代入初始值：$1=C_1e^{-t}+C_2e^{-3t}$

$1=-C_1e^{-t}-3C_2e^{-3t}$

解得：$C_1=2$；$C_2=-1$

∴ $y_{zi}(t)=2e^{-t}-e^{-3t}$，$t\geq0$

零状态响应：$y''(t)+4y'(t)+3y(t)=\varepsilon(t)$

∵ 无冲激项，函数连续（在 0_- 到 0_+ 时刻），且 $y_{zs}(0_-)=y'_{zs}(0_-)=0$

∴ 初始值：$y_{zs}(0_+)=y_{zs}(0_-)=0$

$y'_{zs}(0_+)=y'_{zs}(0_-)=0$

∴ 当 $t>0$ 时：$y''_{zs}(t)+4y'_{zs}(t)+3y_{zs}(t)=1$

齐次解：$C_{zs1}e^{-t}+C_{zs2}e^{-3t}$

特解：设为 P_0，求得 $P_0=\frac{1}{3}$

$\therefore\ y_{zs}(t)=C_{zs1}e^{-t}+C_{zs2}e^{-3t}+\frac{1}{3}$，求得：$C_{zs1}=-\frac{1}{2}$

$C_{zs2}=\frac{1}{6}$

$\therefore\ y_{zs}(t)=-\frac{1}{2}e^{-t}+\frac{1}{6}e^{-3t}+\frac{1}{3}\ ,\ t\geq 0$

$\therefore$ 全响应：$y(t)=y_{zi}(t)+y_{zs}(t)=2e^{-t}-e^{-3t}-\frac{1}{2}e^{-t}+\frac{1}{6}e^{-3t}+\frac{1}{3}$

$\cancel{=\frac{7}{3}e^{-t}-\frac{5}{3}e^{-3t}+\frac{1}{3}\ ,\ t\geq 0}$

$=\frac{3}{2}e^{-t}-\frac{5}{6}e^{-3t}+\frac{1}{3}\ ,\ t\geq 0$

2.9 解：根据KCL：$\frac{U_R(t)}{R_1}=\frac{U_c(t)}{R_2}+C\cdot U_c'(t)$

$\therefore\ U_R(t)=U_c(t)+2\cdot U_c'(t)$

根据KVL：$U_s(t)=U_R(t)+U_c(t)$

$=2U_c(t)+2\cdot U_c'(t)$

令 $U_c(t)=y(t)$，$U_s(t)=f(t)$

$\therefore\ 2y(t)+2y'(t)=f(t)$

冲激响应：当 $f(t)=\delta(t)$ 时，$2y'(t)+2y(t)=\delta(t)$

易得：$y'(0_-)=y(0_-)=0$，$y'(t)$ 中含有 $\delta(t)$

$\therefore y(0_+)=\frac{1}{2}+y(0_-)=\frac{1}{2}$　$\cancel{\therefore\ y(0_+)=y(0_-)=0,\ y'(0_+)=1+y'(0_-)=1}$

求出其特征根为：$\lambda=-1$，特解为 0

$\therefore$ 设定解为 $y(t)=C\cdot e^{-t}+0\ ,\ t\geq 0$

解得：$C=\frac{1}{2}$

$\therefore$ 冲激响应：$h(t)=\frac{1}{2}e^{-t}\ ,\ t\geq 0$

阶跃响应：$g(t)=\int_{-\infty}^{t}h(\tau)d(\tau)=-\frac{1}{2}(e^{-t}-1)\ ,\ t\geq 0$