2.1

2021年3月28日 21:20

作业2.1：请在下周一3月29日 18：00之前提交PDF文档！

2.4(1)

2.9

2.4

1) $y''(t)+4y'(t)+3y(t)=f(t)$, $y(0_-)=y'(0_-)=1$, $f(t)=\varepsilon(t)$

①求零输入响应即求解

$$\begin{cases} y''_{zi}(t)+4y'_{zi}(t)+3y_{zi}(t)=0 \\ y_{zi}(0_+)=y'_{zi}(0_+)=1. \end{cases}$$

特征方程为 $\lambda^2+4\lambda+3=0$

$$\Rightarrow \lambda_1=-1,\ \lambda_2=-3$$

故 $y_{zi}(t)=C_1e^{-t}+C_2e^{-3t}$

$y'_{zi}(t)=-C_1e^{-t}-3C_2e^{-3t}$

代入初始条件得

$$\begin{cases} y_{zi}(0_+)=C_1+C_2=1 \\ y'_{zi}(0_+)=-C_1-3C_2=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} C_1=2 \\ C_2=-1 \end{cases}$$

故 $y_{zi}(t)=(2e^{-t}-e^{-3t})\varepsilon(t)$

②零状态响应

$$\begin{cases} y''_{zs}(t)+4y'_{zs}(t)+3y_{zs}(t)=\varepsilon(t) \\ y'_{zs}(0_-)=y_{zs}(0_-)=0 \end{cases}$$

方程两端积分得

$$\int_{0_-}^{0_+} y''_{zs}(t)+\int_{0_-}^{0_+} 4y'_{zs}(t)+\int_{0_-}^{0_+} 3y_{zs}(t)=\int_{0_-}^{0_+}\varepsilon(t)$$

$$\Rightarrow [y'_{zs}(0_+)-y'_{zs}(0_-)]+4[y_{zs}(0_+)-y_{zs}(0_-)]=0$$

由 $y_{zs}(t)$ 在 $t=0$ 处连续得

$$y_{zs}(0_+)=y_{zs}(0_-)$$

由$y_{zs}(t)$在$t=0$处连续，得

$$y_{zs}(0_+)=y_{zs}(0_-)$$

故 $y'_{zs}(0_+)=y'_{zs}(0_-)=0$，$y_{zs}(0_+)=0$

当$t\geq0$时，微分方程为$y''_{zs}(t)+4y'_{zs}(t)+3y_{zs}(t)=1$，

特解设为$y_p(t)=P_0$

代入得$3P_0=1$，$P_0=1/3$

全解为 $y_{zs}(t)=C_1e^{-t}+C_2e^{-3t}+1/3$

$$y'_{zs}(t)=-C_1e^{-t}-3C_2e^{-3t}$$

代入初始值得

$$\begin{cases}y_{zs}(0_+)=C_1+C_2+1/3=0\\ y'_{zs}(0_+)=-C_1-3C_2=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}C_1=-1/2\\ C_2=1/6\end{cases}$$

故 $y_{zs}=(-1/2e^{-t}+1/6e^{-3t}+1/3)\varepsilon(t)$

全响应为，$y(t)=y_{zi}(t)+y_{zs}(t)$

$$=(3/2e^{-t}-5/6e^{-3t}+1/3)\varepsilon(t)$$

2.9

$$\frac{u_s(t)-u_c(t)}{R_1}=Cu'_c(t)+\frac{u_c(t)}{R_2}$$

$$u_s(t)=R_1Cu'_c(t)+\frac{R_1+R_2}{R_2}u_c(t)$$

$$u_s(t)=2u'_c(t)+2u_c(t)$$

①冲激响应设为$h(t)$，则

$$\begin{cases}2h'(t)+2h(t)=\delta(t)\\ h'(0_-)=h(0_-)=0\end{cases}$$

$t>0$时，$2h'(t)+2h(t)=0$.

由特征方程 $2\lambda+2=0$ 得$\lambda=-1$，则

$$h(t)=(Ce^{-t})\varepsilon(t)$$

$h(t)=(Ce^{-t})\varepsilon(t)$

$$2\int_{0_-}^{0_+} h'(t)\,dt + 2\int_{0_-}^{0_+} h(t)\,dt = 1$$

因$h(t)$连续故$\int_{0_-}^{0_+} h(t)\,dt=0$，则

$h(0_+)-h(0_-)=1/2$. $\Rightarrow h(0_+)=1/2$

代入得$h(0_+)=C=1/2$.

故$h(t)=(1/2\,e^{-t})\varepsilon(t)$.

② 阶跃响应$g(t)$

$$g(t)=\int_{-\infty}^{t} h(x)\,dx=\int_{-\infty}^{t} 1/2\,e^{-x}\varepsilon(x)\,dx=\frac{1}{2}(1-e^{-t})\varepsilon(x).$$