信号与系统

主讲：李军

2020.3

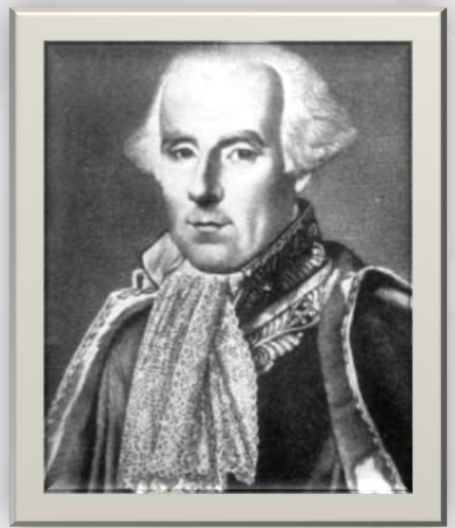
第一章　信号与系统

1.1序言

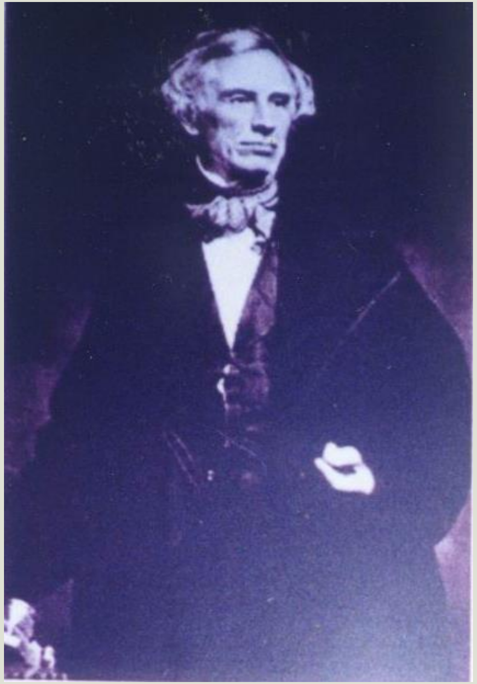
研究的主要内容：

- 信号
- 系统
- 合成：信号+系统

1.1序言

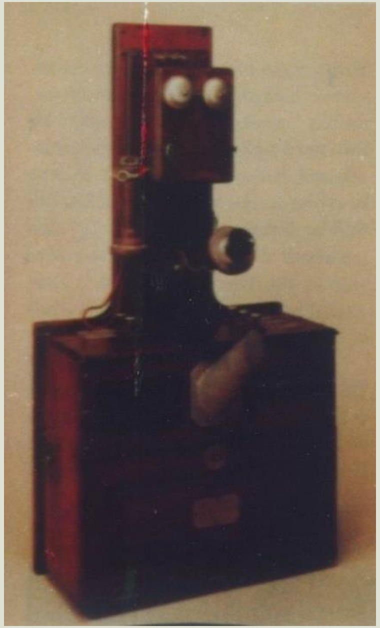


拉普拉斯建立变换分析理论（1802年）	傅里叶建立信号分析理论（1822年）	贝塔朗菲创立系统论（1948年）



莫尔斯与电报

贝尔与电



马可尼与无线电

一、信号的概念

消息 (message):

人们常常把来自外界的各种报道统称为消息。

信息 (information):

通常把消息中有意义的内容称为信息。

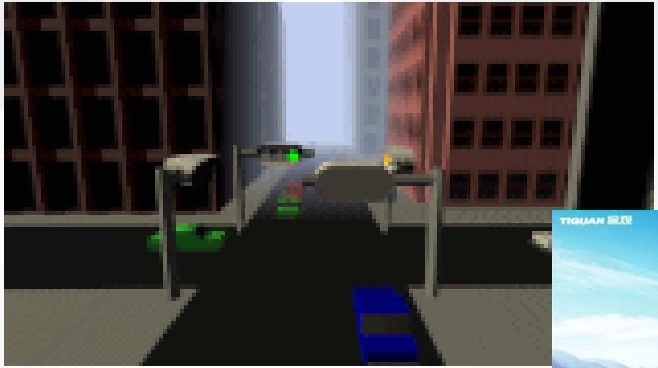
本课程中对“信息”和“消息”两词不加严格区分。

信号 (signal):

信号是信息的载体。通过信号传递信息。

信号实例

信号我们并不陌生。



如

刚才铃声—声信号，
表示该上课了；

十字路口的红绿灯—光信号，指挥交通；

电视机天线接受的电视信息—电信号；

广告牌上的文字、图象信号等等。

二、系统的概念

信号的产生、传输和处理需要一定的物理装置，这样的物理装置常称为系统。

●一般而言，系统(system)是指若干相互关联的事物组合而成具有特定功能的整体。

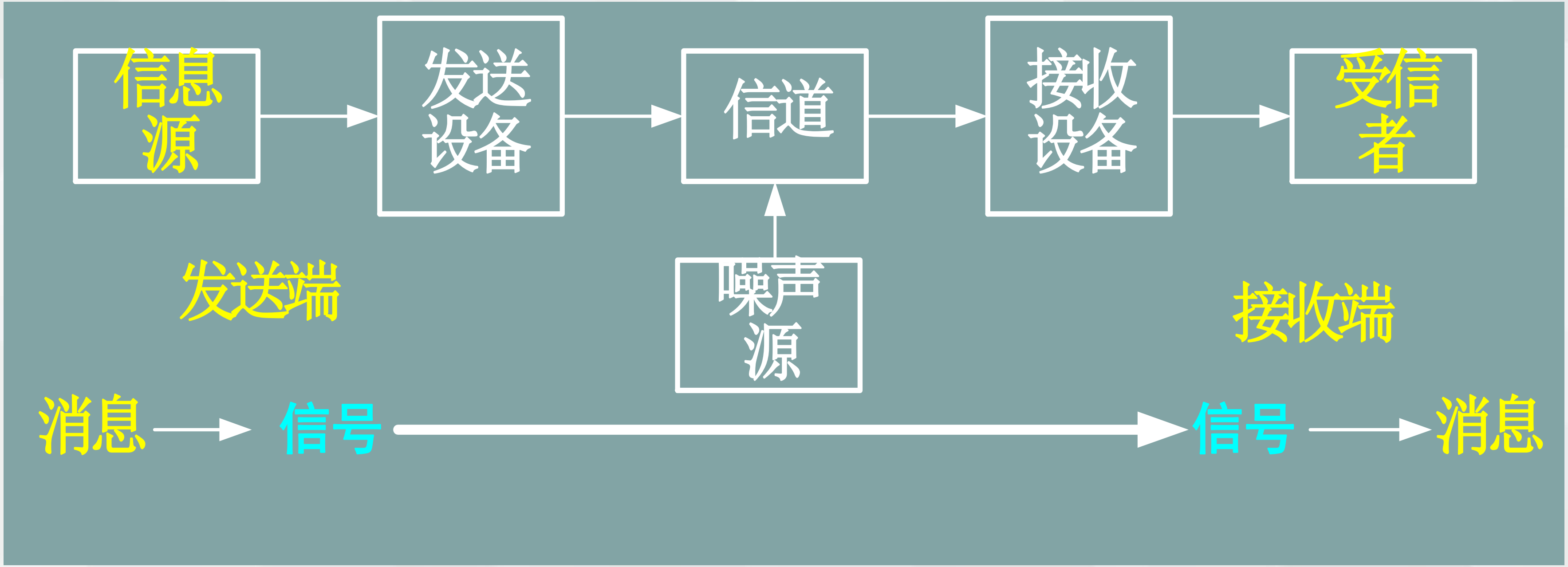
如手机、电视机、通信网、计算机网等都可以看成系统。它们所传送的语音、音乐、图象、文字等都可以看成信号。

二、系统的概念

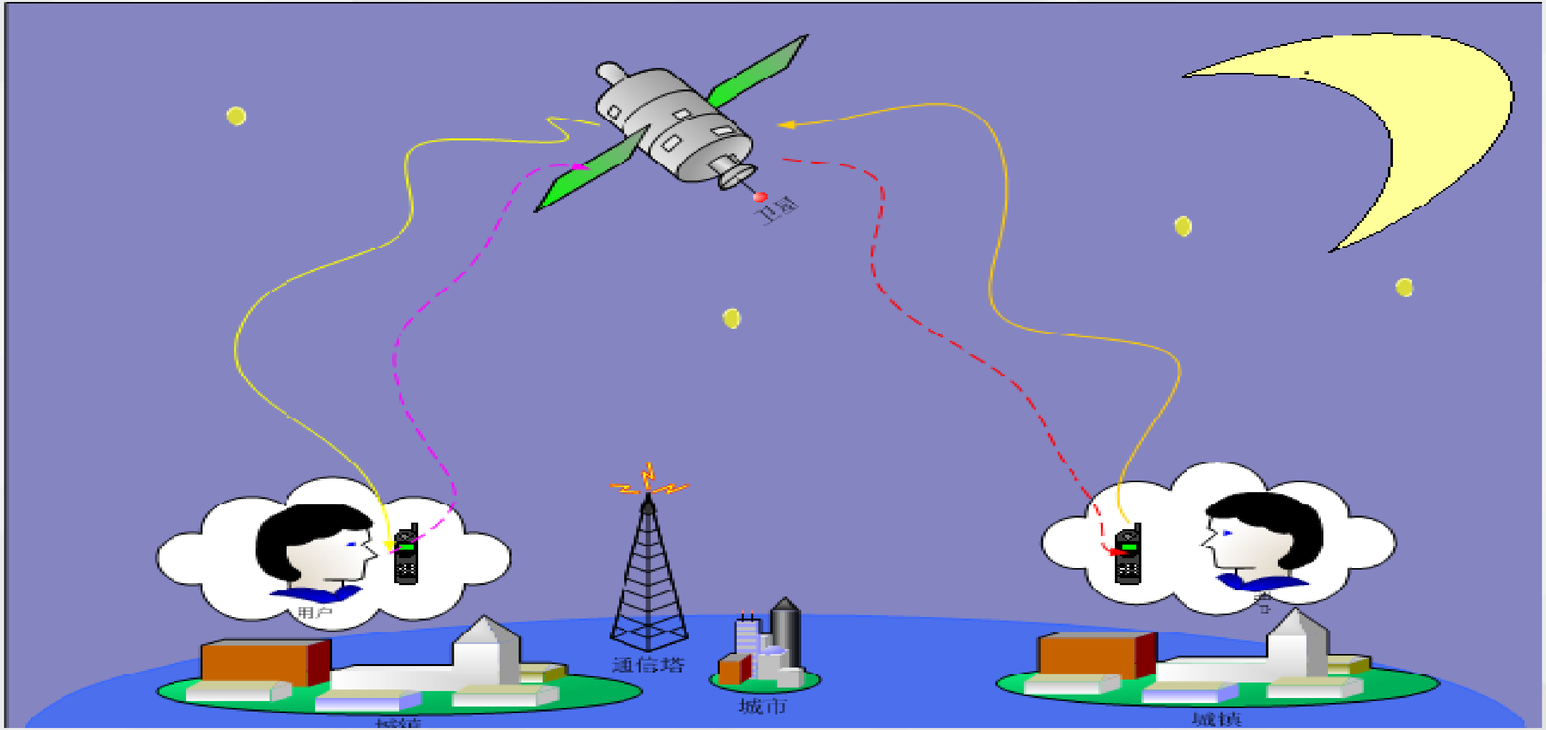
信号的产生、传输和处理需要一定的物理装置，这样的物理装置常称为系统。

● 系统的基本作用是对信号进行传输和处理。

一个典型的电系统—通信系统

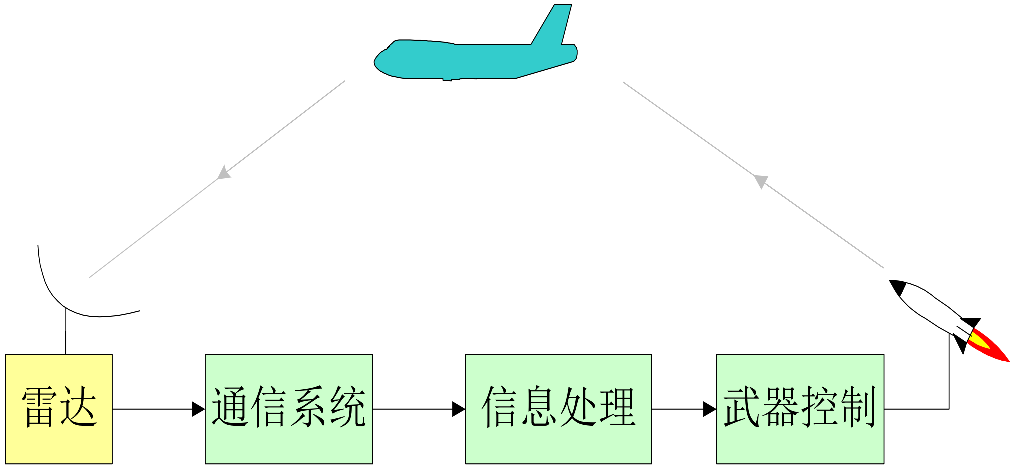


一个典型的电系统—通信系统



系统实例

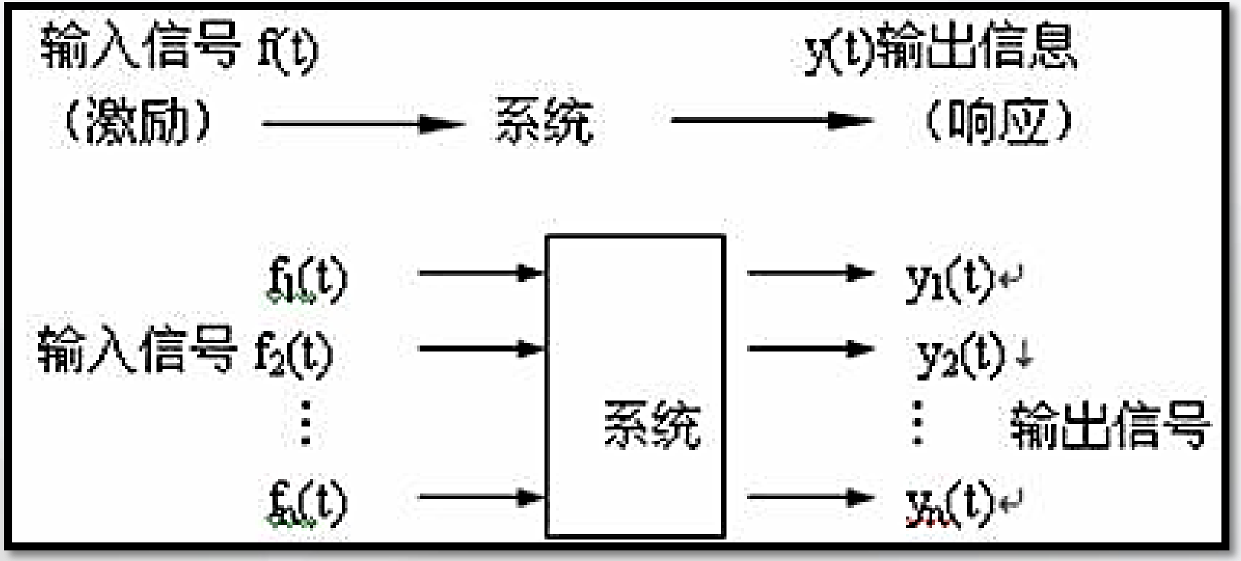
- 通信系统
- 控制系统
- 经济系统
- 社会系统



自动化防空系统

系统的基本特点

- 作为一个或多个独立变量函数的信号都包含了有关某些现象特性的信息；
- 系统总是对给定的信号做出响应而产生出另外的信号



系统中的信号

- 信号：(实例)
  - ✓常常是时间的函数f(t)
  - ✓常常是一维信号
- 信号与系统的关系：互相依存

信号是运载消息的工具，要很好的利用信号，需经过系统的传输、处理.

系统则是为传输信号或对信号进行处理而由元器件构成的某种组合。离开了信号，系统就失去了意义.

1.2 信号

一、定义

信号是带有信息的（如声音、图象等）随时间（或空间）变化的物理量。

✓数学意义上的定义：

信号常可表示为时间函数（或序列），该函数的图像称为信号的波形。

1.2 信号

二、信号分类

1、是否具有确定的表达		
确定信号	随机信号	混沌信号

确定信号与随机信号有着密切的联系

1.2 信号

二、信号分类

2、从函数的定义域（时间）是否连续：

连续时间信号　　离散时间信号

？ 模拟信号与数字信号

两个重要信号

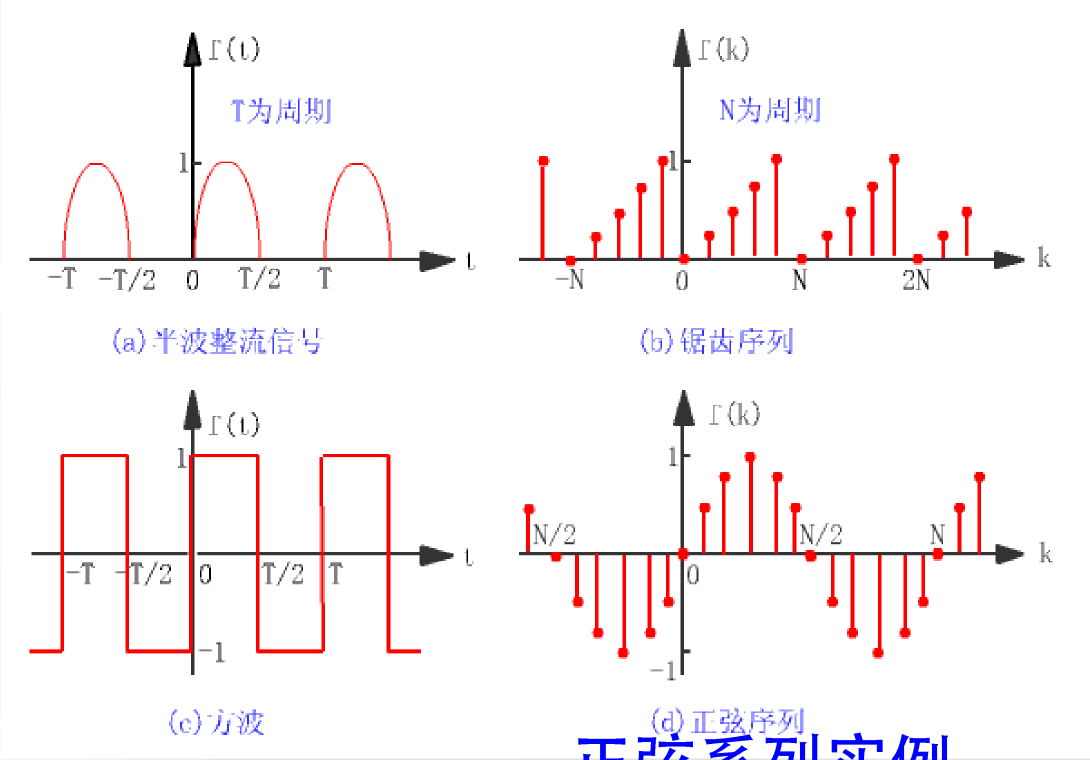
单位阶跃信号

$$\varepsilon(t)=\begin{cases}0, & t<0\\ \dfrac{1}{2}, & t=0\\ 1, & t>0\end{cases}$$

- 单位阶跃序列

$$\varepsilon(k)=\begin{cases}0, & k<0\\ 1, & k\geq 0\end{cases}$$

1.2 信号



[正弦系列实例]()

二、信号分类

3. 从信号的重复性：

- 周期信号

连续f（t）=f（t+mT）
离散f（k）=f（k+mN）
N为整数

- 非周期信号

1.2 信号

二、信号分类

4.实信号和复信号

- 实信号:物理可实现的
- 复信号:理论分析重要——复指数信号

1.2 信号

二、信号分类

4.实信号和复信号

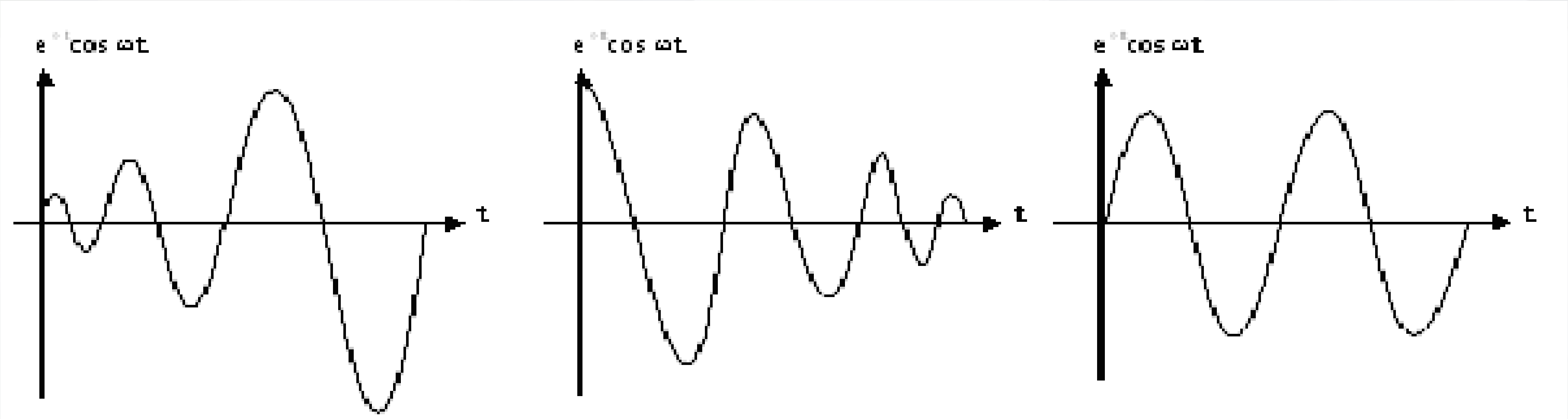
表达式：

$$f(t)=e^{st}, \quad -\infty<t<\infty, \quad s=\sigma+j\omega$$

$$f(t)=e^{(\sigma+j\omega)t}=e^{\sigma t}\cdot e^{j\omega t}=e^{\sigma t}\cos(\omega t)+je^{\sigma t}\sin(\omega t)$$

$\sigma>0$，增幅振荡
$\sigma<0$，衰减振荡（阻尼振荡）
$\sigma=0$，等幅振荡

复指数信号实部的波形



$\sigma > 0$　　　$\sigma < 0$　　　$\sigma = 0$

- 当$\omega=0$，$f（t）=e^{\sigma t}$为实指数信号
- 当$\sigma=\omega=0$，$f（t）=1$，为直流信号

复指数信号可以描述多种基本信号

直流信号	指数信号	正弦信号	正弦指数衰减(或增长)信号

❑重要特性：

对时间的微分和积分仍然是复指数信号。

1.2 信号

二、信号分类：

5. 从能量有限和功率有限的角度：

- 能量信号：也就是能量有限信号，$0<E<\infty$（$p=0$），如矩形脉冲、衰减的指数
- 功率信号：也就是功率有限信号，$0<P<\infty$（$E \rightarrow \infty$），如周期信号、阶跃信号

1.2 信号

二、信号分类：

5. 从能量有限和功率有限的角度：

$$E \xlongequal{\text{def}} \lim_{a\to\infty}\int_{-a}^{a}|f(t)|^2\mathrm{d}t$$

$$P \xlongequal{\text{def}} \lim_{a\to\infty}\frac{1}{2a}\int_{-a}^{a}|f(t)|^2\mathrm{d}t$$

THANKS

第一章　信号与系统

1.3 信号的基本运算

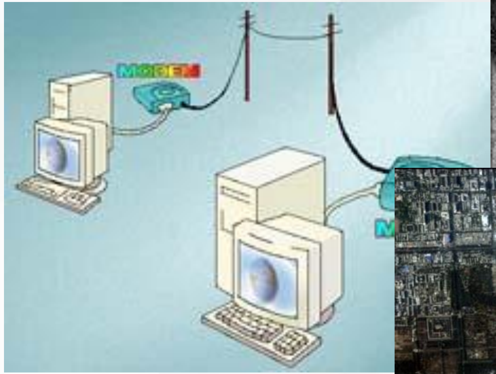
一、加法和乘法

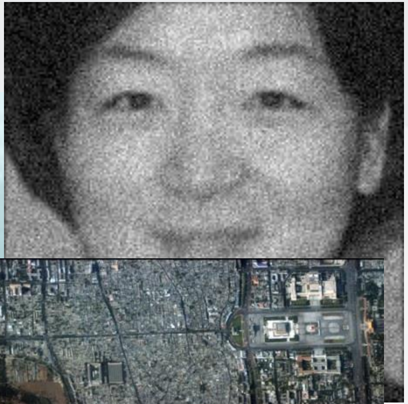
信号+干扰

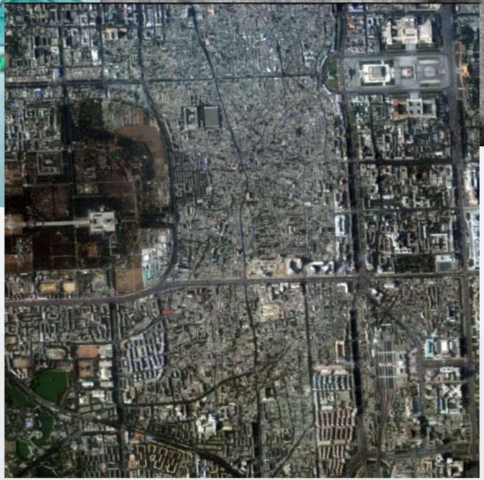
图象+噪声

遥感图象的目标识别

调制、解调

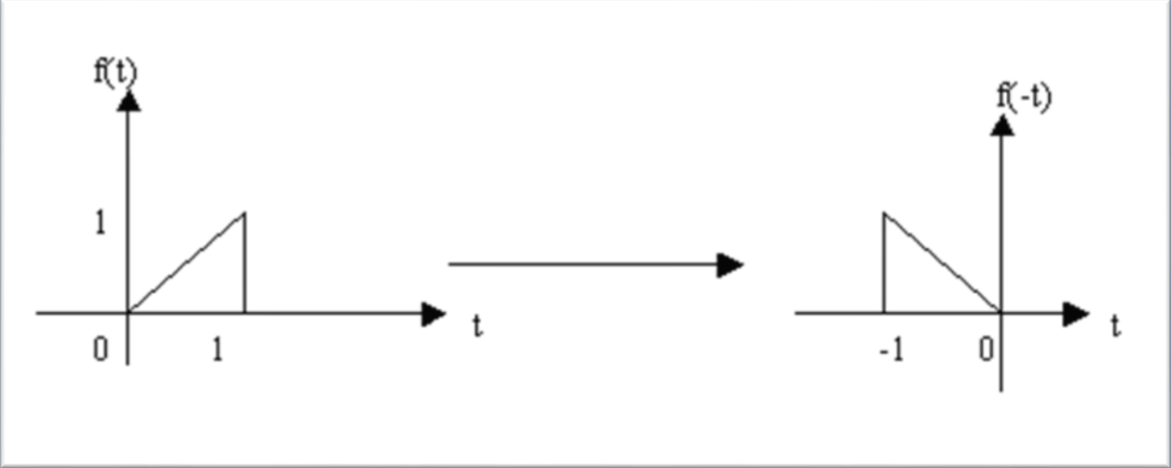






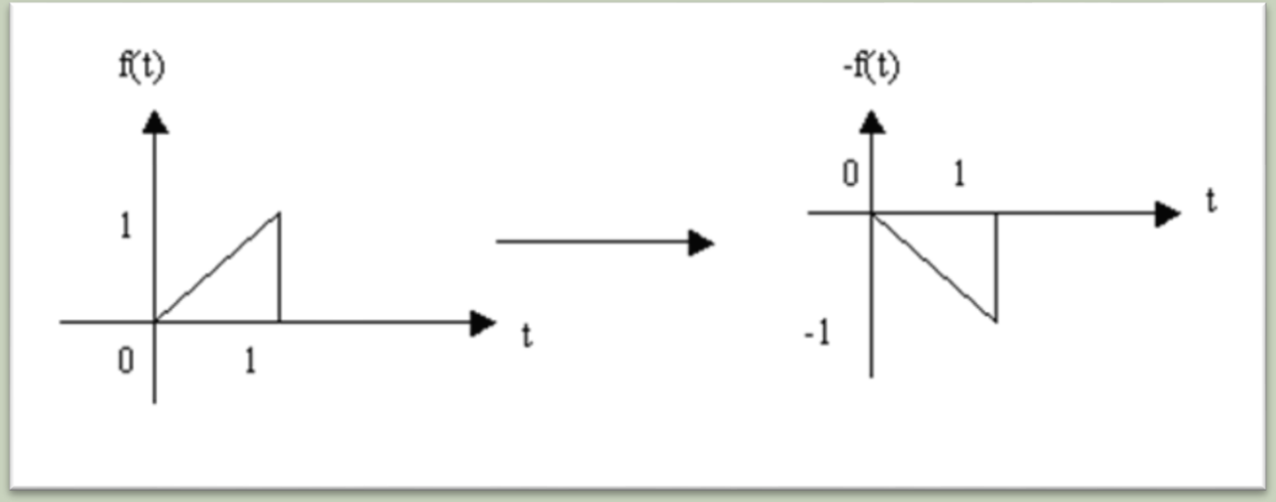
二、反转和平移

反转： f(t)—>f(- t) 以纵坐标为轴反折



二、反转和平移

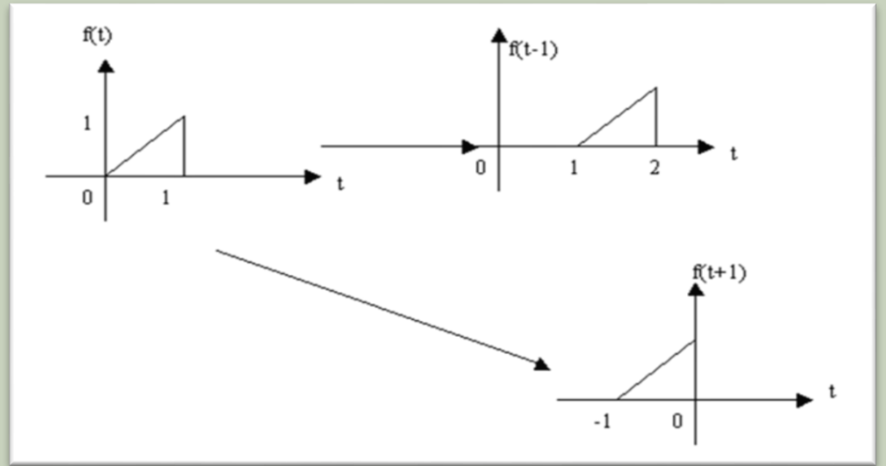
倒相： f(t)—＞-f(t) 以横坐标为轴反折



二、反转和平移

平移：右移 $f(t) \longrightarrow f(t-t_0)\ t_0>0$

左移 $f(t) \longrightarrow f(t+t_0)\ t_0>0$

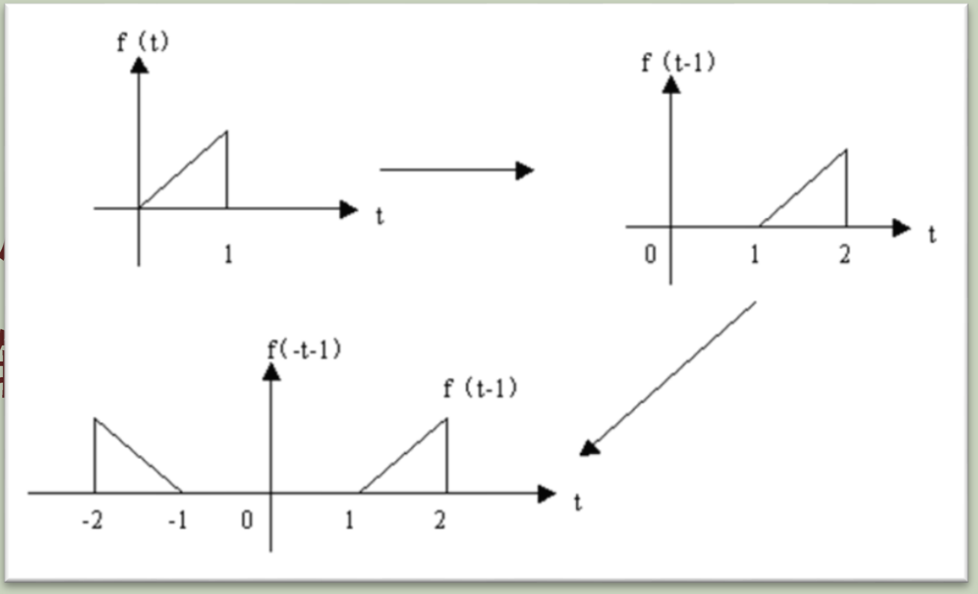


二、反转和平移

平移与反转结合：

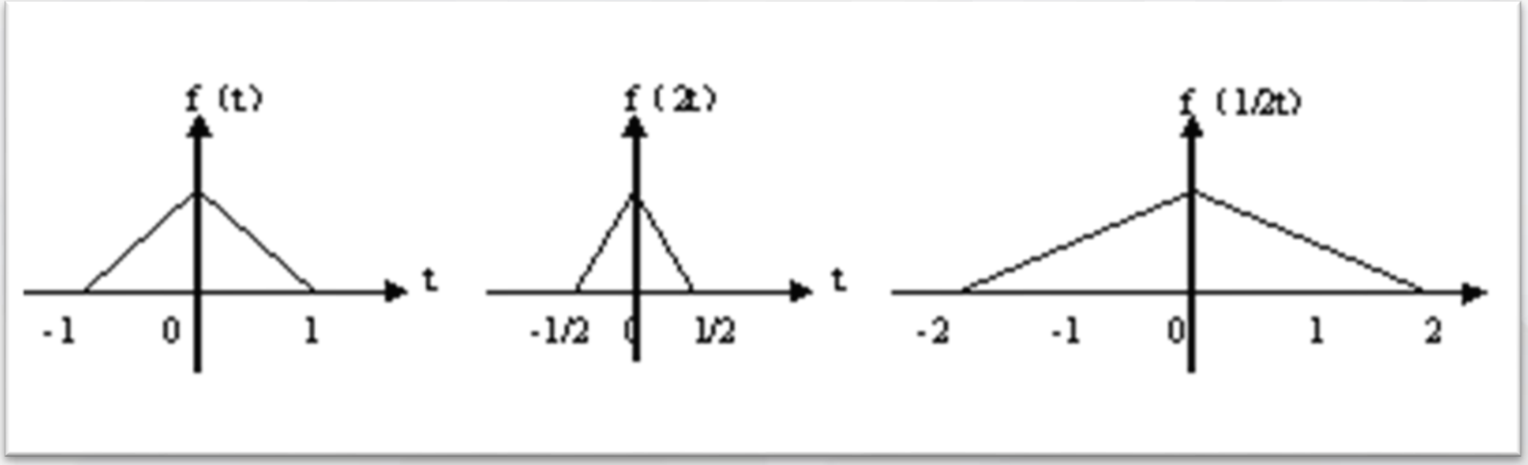
注意：先平移

若先反



三、尺度变换（横坐标展缩） f(t)—>f(at)

- 若a>1，以原点（t=0）为基准，压缩1/a
- 若0<a<1，以原点（t=0）为基准，展宽1/a
- 若a<0，反转并压缩或展宽至1/|a|



四、复合运算 f(t)—>f(-at+b) a<0

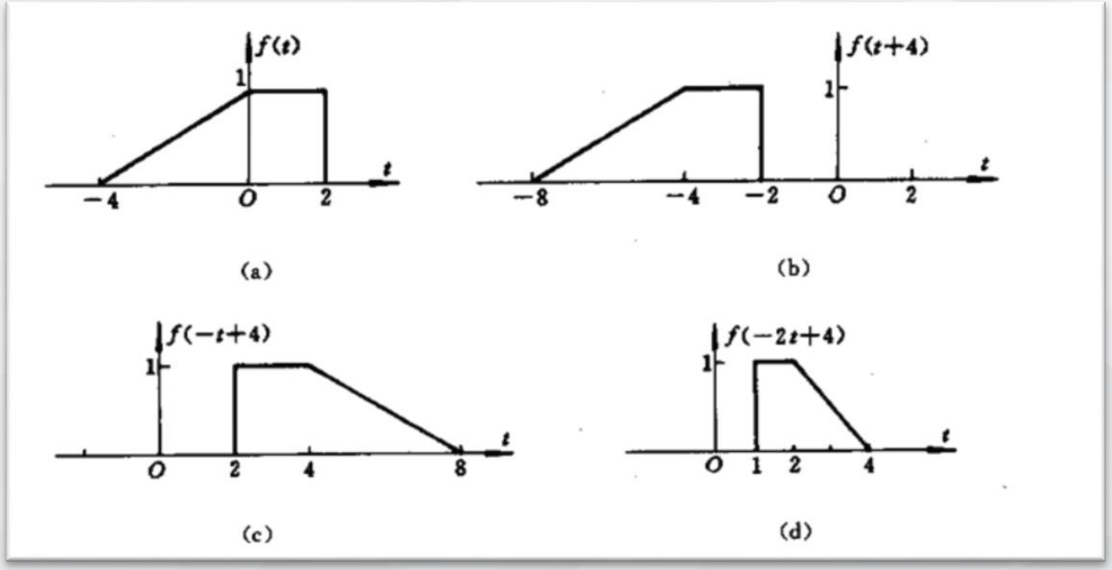
顺序：先平移f(t)—>f(t+b)；

再反转f(-t+b)；

最后尺度变换f(-at+b).

四、复合运算 f(t)—>f(-at+b) a<0

例1.3-2 $f(t) \to f(-2t+4)$



四、复合运算 $f(t) \longrightarrow f(-at+b)$ $a<0$

另一种方法

写出信号f(t)的数学表达式，然后以变量-at+b代替原函数f(t)中的变量t，就可以得到f(-at+b) 的函数表达式。

小提示：

可以通过分析信号值域的非零区间来检验结果的正确性。

课堂练习：

P33 1.2(6)(10), 1.3(a)(b)， 1.6(1)(2)

电子板书

1.4 阶跃函数和冲激函数

阶跃函数和冲激函数不同于普通函数，称为奇异函数。普通函数描述的是自变量与因变量间的数值对应关系（如质量、电荷的空间分布，电流、电压随时间变化的关系等）。

1.4 阶跃函数和冲激函数

如果要考察物理量在空间或时间坐标上集中于一点的物理现象（如质量集中于一点的密度分布，作用时间趋于零的冲击力，宽度趋于零的电脉冲等），普通函数的概念就不够用了，而冲激函数就是描述这类现象的数学模型。

研究奇异函数要用广义函数（或分配函数）的理论。

下面将直观地引出阶跃函数和冲激函数，然后讨论冲激函数的性质。

一、阶跃函数和冲激函数

选定一个函数序列

电子板书

$$\gamma_n(t)=\begin{cases}0, & t<-\dfrac{1}{n}\\[2ex] \dfrac{1}{2}+\dfrac{n}{2}t, & -\dfrac{1}{n}<t<\dfrac{1}{n}\\[2ex] 1, & t>\dfrac{1}{n}\end{cases}\qquad (n=2,3,\cdots)$$

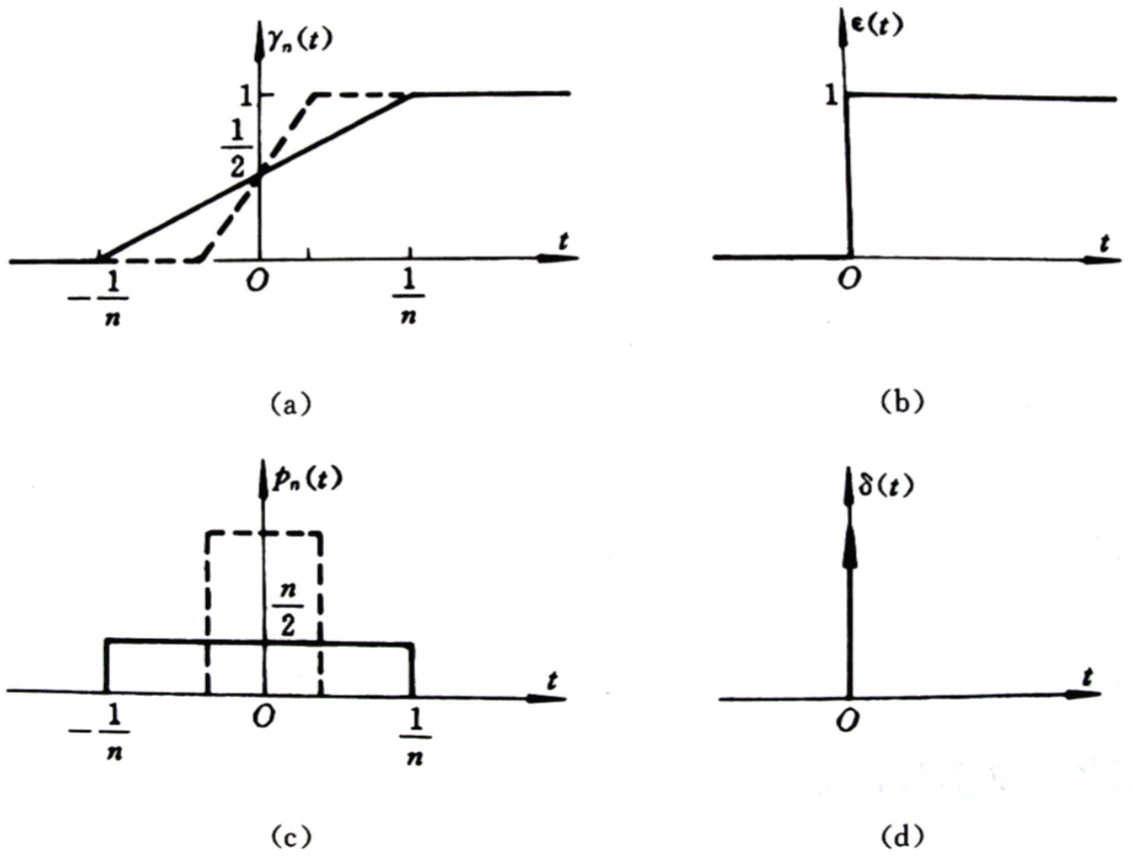


图 1.4-1　阶跃函数和冲激函数

$\gamma_n(t)$ 的导数是幅度为n/2，宽度为2/n的矩形脉冲。

$$p_n(t)=\begin{cases}0, & t<-\dfrac{1}{n}\\ \dfrac{n}{2}, & -\dfrac{1}{n}<t<\dfrac{1}{n} \qquad (n=2,3,\cdots)\\ 0, & t>\dfrac{1}{n}\end{cases}$$

脉冲波形下的面积为1，称为函数 $p_n(t)$ 的强度。

当n→∞时，函数 $\gamma_n(t)$ 在 $t=0$ 的邻域由0立即跃变为1，其斜率为无限大，而在 $t=0$ 处的值仍可认为是1/2。这个函数就定义为单位阶跃函数。

$$\varepsilon(t)=\lim_{n\to\infty}\gamma_n(t)=\begin{cases}0, & t<0\\ \dfrac{1}{2}, & t=0\\ 1, & t>0\end{cases}$$

当n→∞时，函数pn(t)的宽度趋于零，而幅度趋于无限大，但其强度仍等于1。这个函数就定义为单位冲激函数，用δ(t)表示。

$$\delta(t)=\lim_{n\to\infty} p_n(t)$$

阶跃函数与冲激函数的关系是

$$\delta(t)=\frac{\mathrm{d}\varepsilon(t)}{\mathrm{d}t}$$

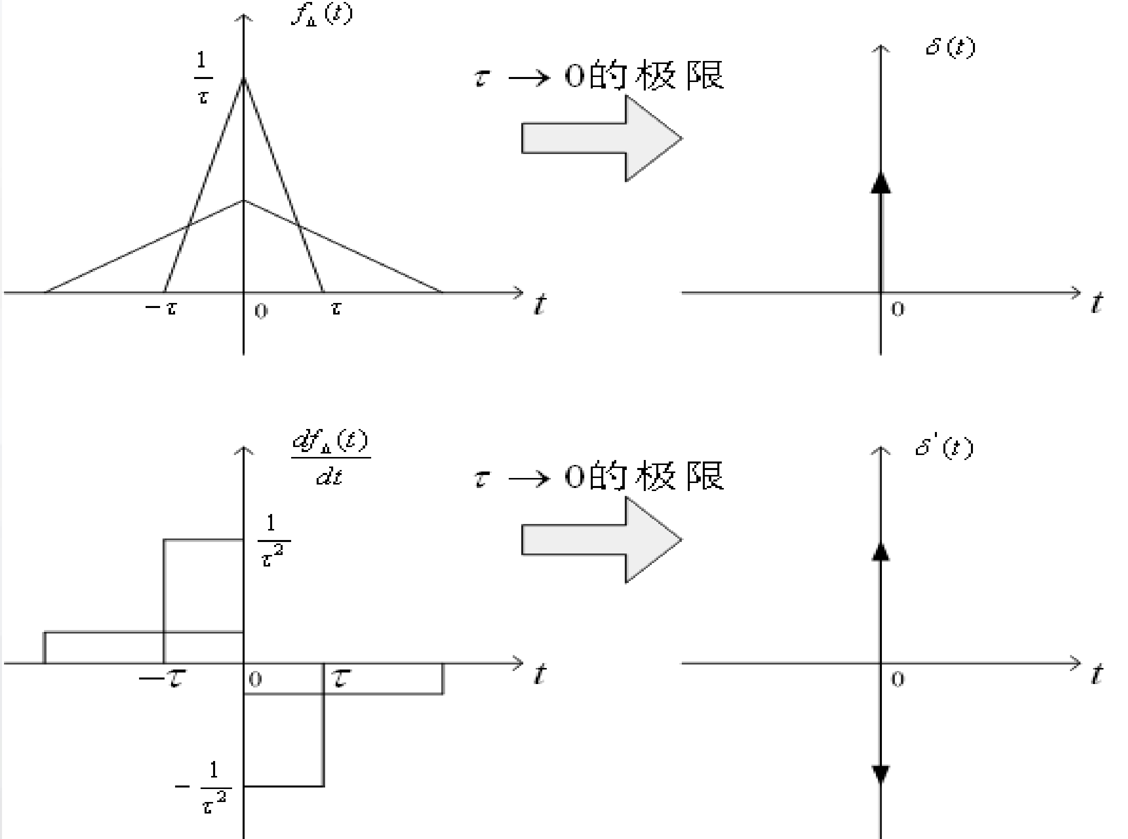
$$\varepsilon(t)=\int_{-\infty}^{t}\delta(x)\mathrm{d}x$$

狄拉克（Dirac）给出了冲激函数的另一种定义

$$\left.\begin{aligned}\delta(t)=0,\quad & t\neq 0\\ \int_{-\infty}^{\infty}\delta(t)\mathrm{d}t=1 &\end{aligned}\right\}$$

式中的含义是该函数波形下的面积等于1。在t=t1处出现的冲激可写为δ(t−t1)。如果a是常数，则aδ(t)表示出现在t=0处，强度为a的冲激函数。如a为负值，则表示强度为|a|的负冲激。

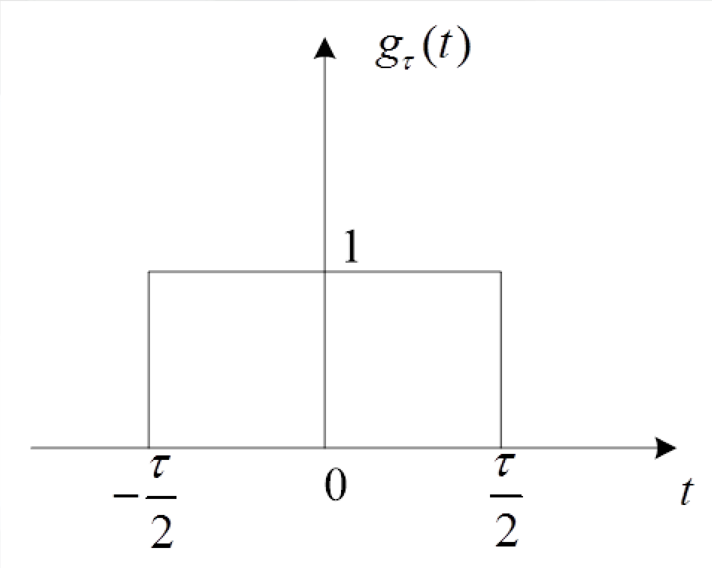
冲激偶的形成



冲激偶的形成

门函数

$$g_\tau(t)=\begin{cases}1, & |t|<\dfrac{\tau}{2}\\ 0, & |t|>\dfrac{\tau}{2}\end{cases}$$



$$g_\tau(t)=\varepsilon\left(t+\frac{\tau}{2}\right)-\varepsilon\left(t-\frac{\tau}{2}\right)$$

对于强烈程度和存在时间的短暂都无法衡量的（仪器分辨率），但其积分值却是可以预先决定的物理量，可以用冲激函数来表示（冲激信号的值可用积分表示）。

研究奇异函数要用广义函数（或分配函数）的理论。

二、冲激函数的广义函数定义

三、冲激函数的导数和积分

冲激函数δ(t)的一阶导数$\delta^{(1)}(t)$

$$\delta'(t)=\delta^{(1)}(t)=\frac{\mathrm{d}\delta(\mathrm{t})}{\mathrm{d}t}$$

又称作冲激偶。

冲激函数的n阶导函数为

$$\delta^{(n)}(t)=\frac{\mathrm{d}^n\delta(t)}{\mathrm{d}t^n}$$

$$\delta(t)=\varepsilon'(t)=\frac{\mathrm{d}\varepsilon(t)}{\mathrm{d}t}$$

斜升函数

(普通积分)

$$r(t)=\int_{-\infty}^{t}\varepsilon(x)\mathrm{d}x=t\varepsilon(t)=\begin{cases}0, & t<0\\ t, & t>0\end{cases}$$

$$\varepsilon(t)=\int_{-\infty}^{t}\delta(x)\mathrm{d}x \qquad t\to\infty \qquad \int_{-\infty}^{\infty}\delta(t)\mathrm{d}t=1$$

$$\delta(t)=\int_{-\infty}^{t}\delta'(x)\mathrm{d}x \qquad t\to\infty \qquad \int_{-\infty}^{\infty}\delta'(t)\mathrm{d}t=0$$

四、冲激函数的性质

1、与普通函数的乘积 $f(t)\delta(t)=f(0)\delta(t)$

当 $f(t)$ 在 $t=0$ 处连续时，$\int_{-\infty}^{\infty}\delta(t)f(t)\mathrm{d}t=f(0)$

这也叫做**筛选性质**。

特例: $\int_{-\infty}^{\infty}\delta(t)\cdot t\mathrm{d}t=0$

即 $t\delta(t)=0$

普通函数和冲激偶的乘积

$$f(t)\delta'(t) = f(0)\delta'(t) - f'(0)\delta(t)$$

积分

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(t)\delta'(t)\mathrm{d}t = 0 - f'(0) = -f'(0)$$

广义函数间的乘积没有定义，如：

$$\varepsilon(t)\delta(t), \delta(t)\delta(t), \delta(t)\delta'(t)\cdots$$

例：化简函数

$$e^{-at}\delta(t)=?$$

$$t\delta'(t)=?$$

$$e^{-at}\delta'(t)=?$$

电子板书

化简结果：

$$\delta(t)$$

$$-\delta(t)$$

$$\delta'(t)+a\delta(t)$$

2、 移位

$\delta(t)$表示在$t=0$处的冲激，在$t=t_1$处的冲激函数可表示为$\delta(t-t_1)$，式中t_1为常数。

按广义函数的概念，分段连续函数在区间（$-\infty$，∞）的导数均存在（普通函数则不然），这给分析运算带来方便。

在间断点$t=t_i$处，其左、右极限分别为$f(t_i-)$和$f(t_i+)$,二者之差常称为**跳跃度**，用J_i表示，

即 $J_i=f(t_i+)-f(t_i-)$

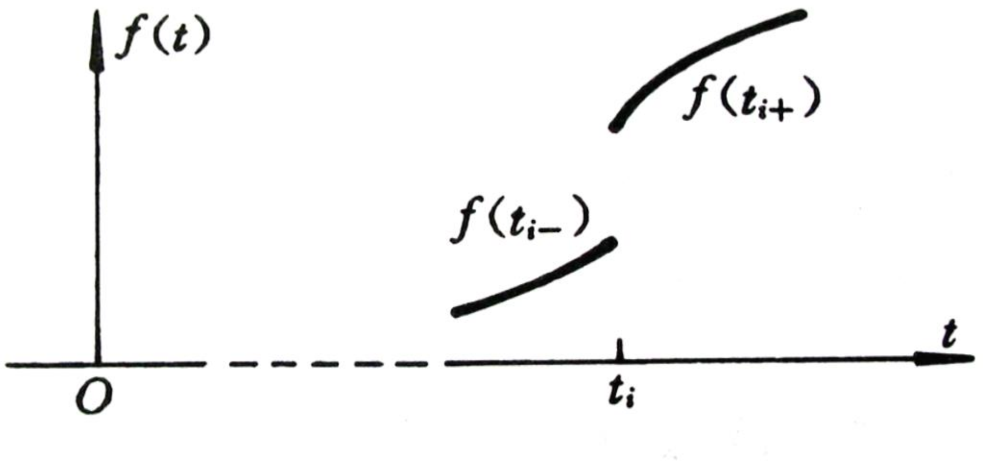


图 1.4-2　分段连续函数

$f(t)$ 在各间断点的导数为 $J_i\delta(t-t_i)$

于是，分段连续函数 $f(t)$ 的导数

$$f'(t) = f_c'(t) + \sum_i J_i\delta(t-t_i)$$

例：求 $f'(t)$　　（注意冲激矢量的画法）

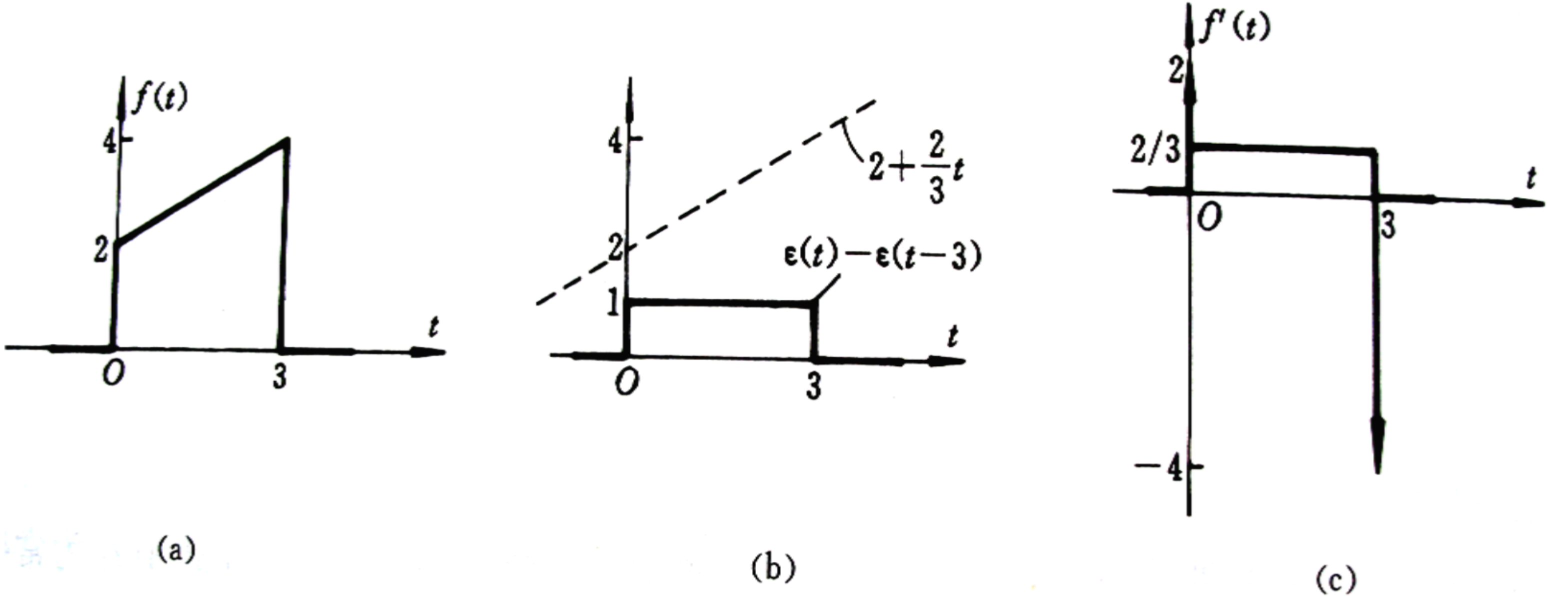


图 1.4-3　例 1.4-2 图

3、 尺度变换

设有常数a(a≠0),现在研究广义函数δ(at)。

$$\delta(at)=\frac{1}{|a|}\delta(t)$$

电子板书

4、奇偶性

$\delta(t)$具有偶函数的性质。

冲激偶 $\delta'(t)$ 具有奇函数性质。

这与看图的直观感觉是一致的。

当n为偶数时，$\delta^{(n)}(t)$可看作t的偶函数，例如：$\delta(t)$，$\delta^{(2)}(t)$，…等是t的偶函数。

当n为奇数时，$\delta^{(n)}(-t)=-\delta^{(n)}(t)$ 可看作t的奇函数，例如：$\delta^{(1)}(t)$，$\delta^{(3)}(t)$，…等是t的奇函数。

课堂练习：

P35 1.8

电子板书

作业：

1.5(2), 1.6(6)(8), 1.7(5)

1.9,   1.10(3)(7)

THANKS

第一章　信号与系统

1.5 系统的描述

按数学模型的不同，系统可分为：

- 即时系统与动态系统；
- 连续系统与离散系统；
- 线性系统与非线性系统；
- 时变系统与时不变（非时变）系统等。

如果系统在任意时刻的相应（输出信号）仅决定于该时刻的激励（输入信号），而与它过去的历史状况无关，就称其为**即时系统**（或无记忆系统）。全部由无记忆元件（例如电阻）组成的系统是即时系统。

如果系统在任意时刻的相应不仅与该时刻的激励有关，而且与它过去的历史状况有关，就称之为**动态系统**（或记忆系统）。含有记忆元件（如电感、电容、寄存器等）的系统是动态系统。本书主要讨论动态系统。

一、系统的数学模型

当系统的激励是连续信号时，若其响应也是连续信号，则称其为连续系统。当系统的激励是离散信号时，若其响应也是离散信号，则称其为离散系统。连续系统与离散系统常组合使用，可称为混合系统。描述连续系统的数学模型是微分方程，而描述离散系统的数学模型是差分方程。

例：

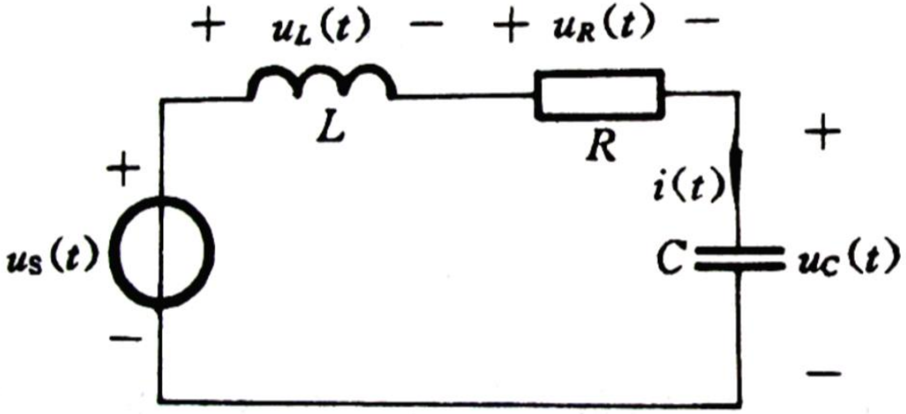


图 1.5-1　电系统

$$u_C''(t) + \frac{R}{L}u_C'(t) + \frac{1}{LC}u_C(t) = \frac{1}{LC}u_S(t)$$

例：

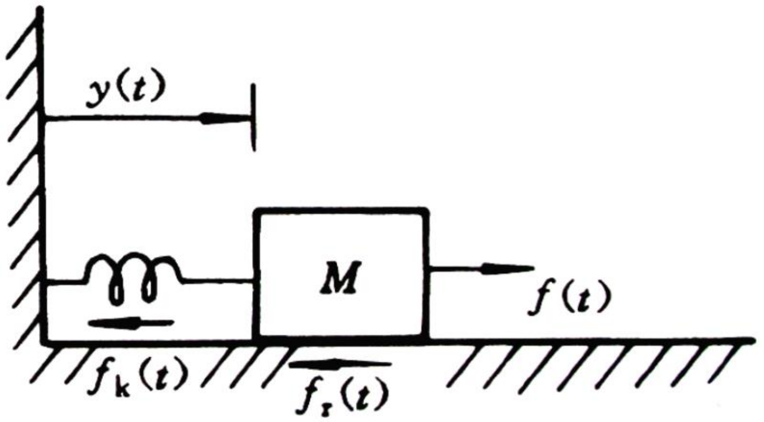


图 1.5-2 力学系统

$$y''(t)+\frac{a}{M}y'(t)+\frac{K}{M}y(t)=\frac{1}{M}f(t)$$

例：

设某地区在第k年的人口为y(k)，人口的正常出生率和死亡率分别为a和b，而第k年从外地迁入的人口为f(k)，那么该地区第k年的人口总数为

$$y(k)=y(k-1)+ay(k-1)-by(k-1)+f(k)$$

二、系统的框图表示

连续或离散系统除用数学方程描述外，还可用**框图**表示系统的激励与响应之间的数学运算关系。

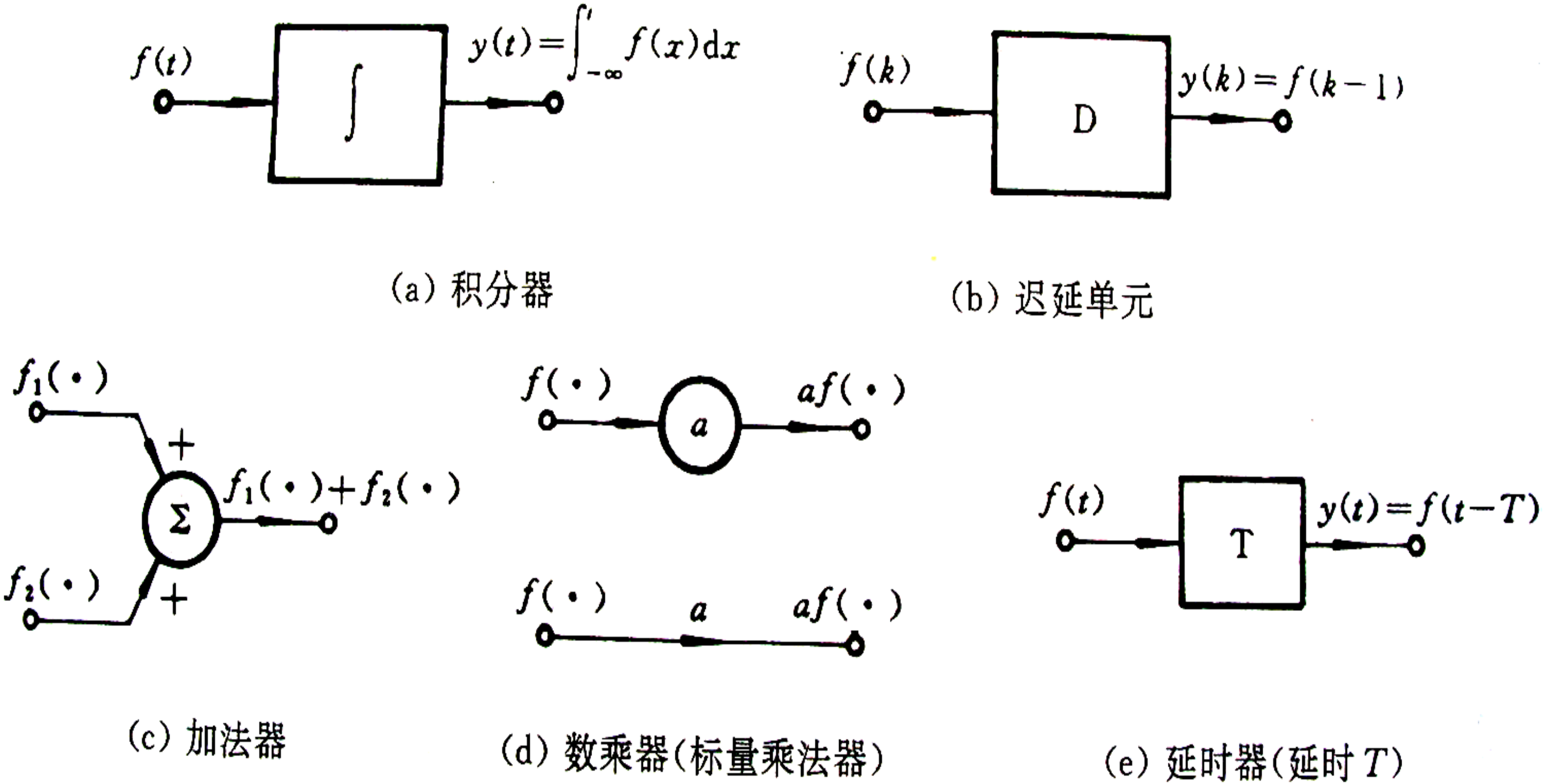
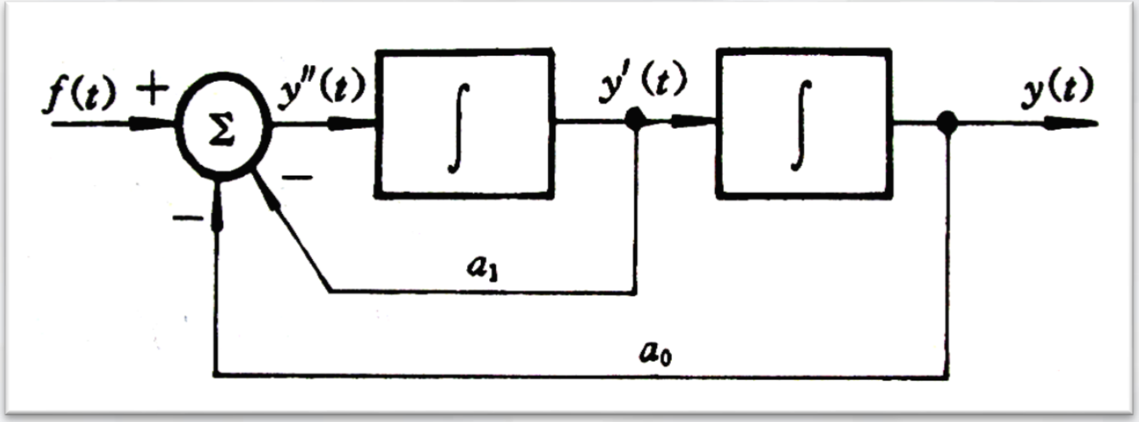


图 1.5-3　框图的基本单元

表示系统功能的常用基本单元有：积分器（用于连续系统）或延迟单元（用于离散系统）以及加法器和数乘器（标量乘法器），对于连续系统，有时还需用延迟时间为T的延时器。它们的表示符号如前图所示。图中表示各单元的激励f(・)与其响应y(・)之间的运算关系（图中箭头表示信号传输的方向）。

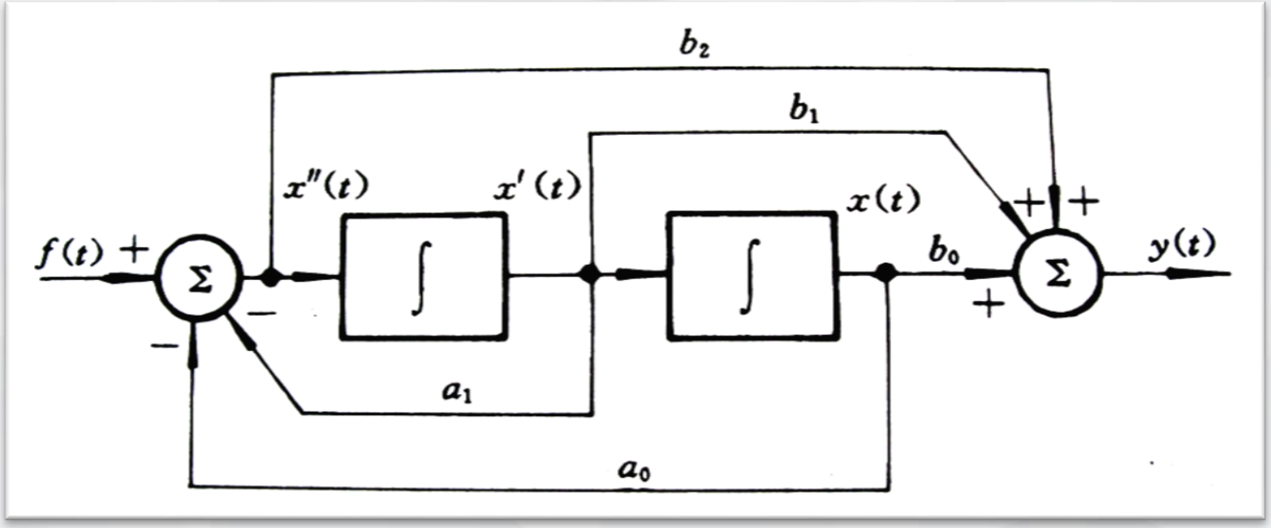
例 1.5-1 某连续系统的框图如图所示，写出该系统的微分方程。



$$y''(t) = -a_1 y'(t) - a_0 y(t) + f(t)$$

$$y''(t) + a_1 y'(t) + a_0 y(t) = f(t)$$

例 1.5-2 某连续系统如图所示，写出该系统的微分方程。



$$x''(t)+a_1x'(t)+a_0x(t)=f(t)$$

$$y(t)=b_2x''(t)+b_1x'(t)+b_0x(t)$$

$$x''(t) + a_1 x'(t) + a_0 x(t) = f(t)$$
$$y(t) = b_2 x''(t) + b_1 x'(t) + b_0 x(t)$$

$$a_0 y = b_2 (a_0 x'') + b_1 (a_0 x') + b_0 (a_0 x)$$
$$a_1 y' = b_2 (a_1 x'')' + b_1 (a_1 x')' + b_0 (a_1 x)'$$
$$y'' = b_2 (x'')'' + b_1 (x')'' + b_0 (x)''$$

三式相加，得

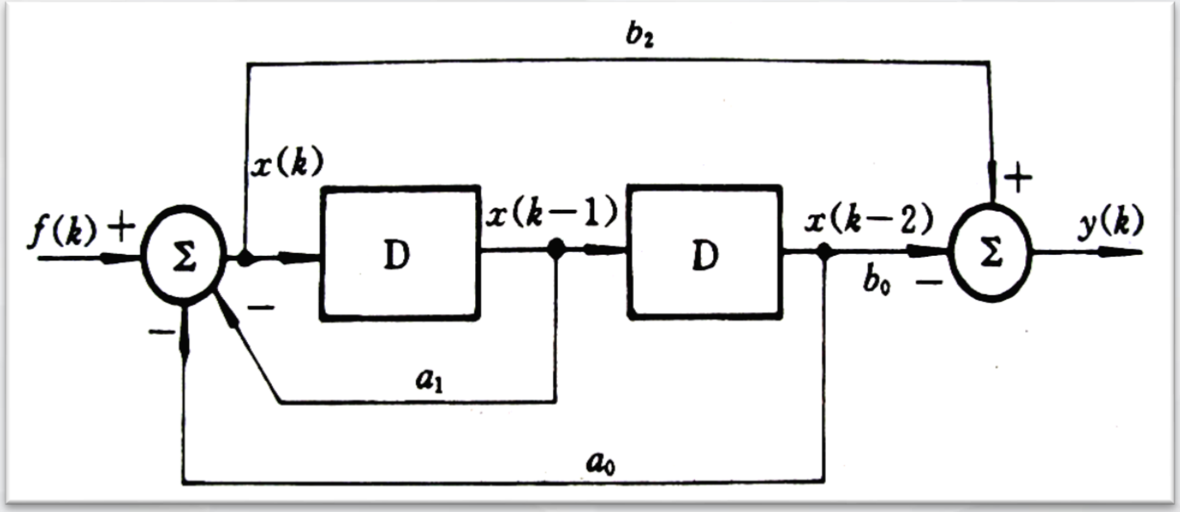
$$y''+a_1y'+a_0y=b_2[x''+a_1x'+a_0x]''+b_1[x''+a_1x'+a_0x]'+b_2[x''+a_1x'+a_0x]$$

化简可得

$$y''(t)+a_1y'(t)+a_0y(t)=b_2f''(t)+b_1f'(t)+b_0f(t)$$

为系统的微分方程。

例 1.5-3 某离散系统如图所示，写出该系统的差分方程。



$$\Sigma 1: \quad x(k)+a_1x(k-1)+a_0x(k-2)=f(k)$$

$$\Sigma 2: \quad y(k)=b_2x(k)-b_0x(k-2)$$

$$\Sigma 1: \quad x(k)+a_1x(k-1)+a_0x(k-2)=f(k)$$

$$\Sigma 2: \quad y(k)=b_2x(k)-b_0x(k-2)$$

$$a_1y(k-1)=b_2a_1x(k-1)-b_0a_1x(k-3)$$

$$a_0y(k-2)=b_2a_0x(k-2)-b_0a_0x(k-4)$$

三式相加，得

$$y(k)+a_1y(k-1)+a_0y(k-2)=$$

$$b_2[x(k)+a_1x(k-1)+a_0x(k-2)]-b_0[x(k-2)+a_1x(k-3)+a_0x(k-4)]$$

考虑迟延项，可得

$$y(k)+a_1y(k-1)+a_0y(k-2)=b_2f(k)-b_0f(k-2)$$

为离散系统的差分方程。

由以上数例可见，如已知描述系统的框图，列写其微分方程或差分方程的一般步骤是：

（1） 选中间变量x(·)。对于连续系统，设其最右端积分器的输出为x(t)；对于离散系统，设其最左端迟延单元的输入为x(k)；

（2） 写出各加法器输出信号的方程；

（3） 消去中间变量x(·)。

如果已知系统的微分、差分方程，也可画出相应的框图。

1.6 系统的性质

连续的或离散的动态系统，按其基本特性可分为线性的与非线性的；时变的与时不变（非时变）的；因果的与非因果的；稳定的与不稳定的等等。

本书主要讨论线性时不变系统，简称LTI(Linear Time Invariant)系统。

一、线性

系统的激励f(·)与响应y(·)的关系可简记为

$$y(\cdot)=T[f(\cdot)]$$

线性性质包含两个内容：齐次性和可加性。

$$T[af(\cdot)] = aT[f(\cdot)]$$

该系统是齐次的或均匀的。

$$T[f_1(\cdot) + f_2(\cdot)] = T[f_1(\cdot)] + T[f_2(\cdot)]$$

该系统是可加的。

如果系统既是齐次的又是可加的，则称该系统为线性的。

$$T[a_1 f_1(\cdot)+a_2 f_2(\cdot)]=a_1T[f_1(\cdot)]+a_2T[f_2(\cdot)]$$

动态系统的响应不仅决定于系统的激励{f(·)}，而且与系统的初始状态有关。

初始状态可以看作系统的另一种激励，这样，系统的响应将取决于两种不同的激励，输入信号{f(·)}和初始状态{x(0)}。

$$y(\cdot)=T[\ \{x(0)\}\ ,\ \{f(\cdot)\}\ ]$$

系统的零输入响应，用$y_{zi}(\cdot)$表示，即

$$y_{zi}(\cdot)=T[\ \{x(0)\ ,\ \{0\}\ ]$$

系统的零状态响应，用$y_{zs}(\cdot)$表示，即

$$y_{zs}(\cdot)=T[\ \{0\}\ ,\ \{f(\cdot)\}\ ]$$

则线性系统的完全响应

$$y(\cdot)=y_{zi}(\cdot)+y_{zs}(.)$$

线性系统的这一性质，可称为分解特性。

综上所述，一个既具有分解特性、又具有零状态线性和零输入线性的系统称为线性系统，否则称为非线性系统。

描述线性系统（离散）系统的数学模型是线性微分（差分）方程，而描述非线性连续（离散）系统的数学模型是非线性微分（差分）方程。

线性性质是线性系统所具有的本质特性，它是分析和研究线性系统的重要基础，以后各章所讨论的内容就建立在线性性质的基础上。

二、时不变性

如果系统的参数都是常数，它们不随时间变化，则称该系统为时不变（或非时变）系统或常参量系统，否则称为时变系统。

二、时不变性

线性系统可以是时不变的，也可以是时变的。描述LTI系统的数学模型是常系数线性微分（差分）方程，而描述线性时变系统的数学模型时变系数线性微分（差分）方程。

由于时不变系统的参数不随时间变化，故系统的零状态响应y_{zs}（·)的形式就与输入信号接入的时间无关，也就是说，如果激励f(·)作用于系统所引起的响应为 y_{zi}（·)，那么，当激励延迟一定时间t_d（或k_d）接入时，它所引起的零状态响应也延迟相同的时间，即若

$$T[\{0\}, f(\cdot)] = y_{zs}(\cdot)$$

则有

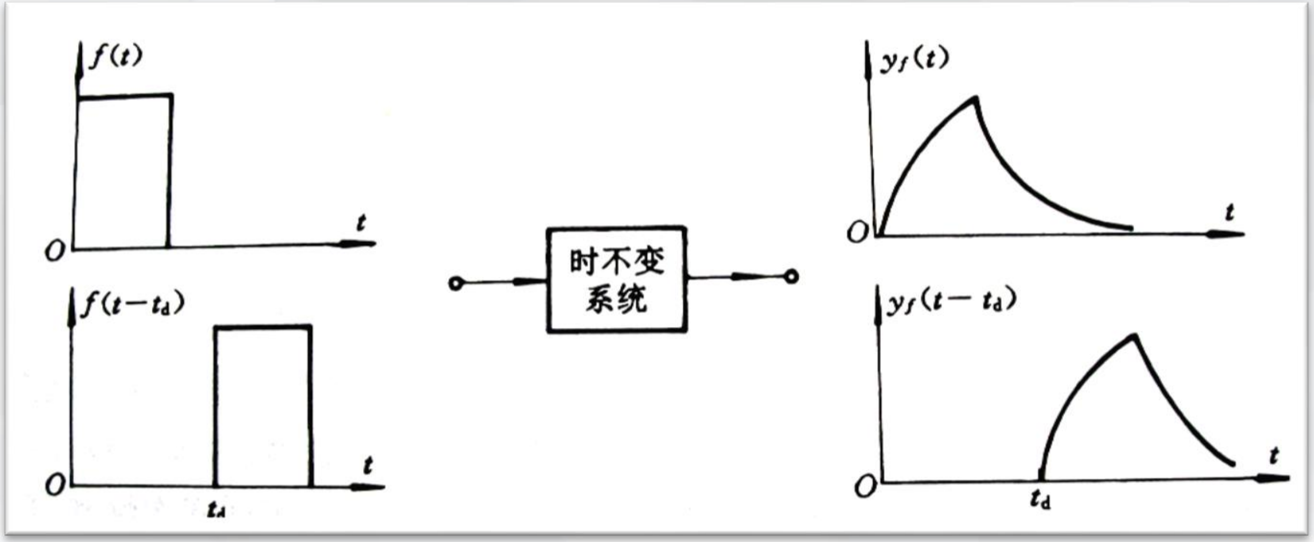
$$\left.\begin{aligned} T[\{0\}, f(t-t_d)] &= y_{zs}(t-t_d) \\ T[\{0\}, f(k-k_d)] &= y_{zs}(k-k_d) \end{aligned}\right\}$$

例如

$$u_c''(t)+\frac{R(t)}{L}u_c'(t)+\frac{1}{LC}u_c(t)=\frac{1}{LC}u_s(t)$$

是变系数线性微分方程。

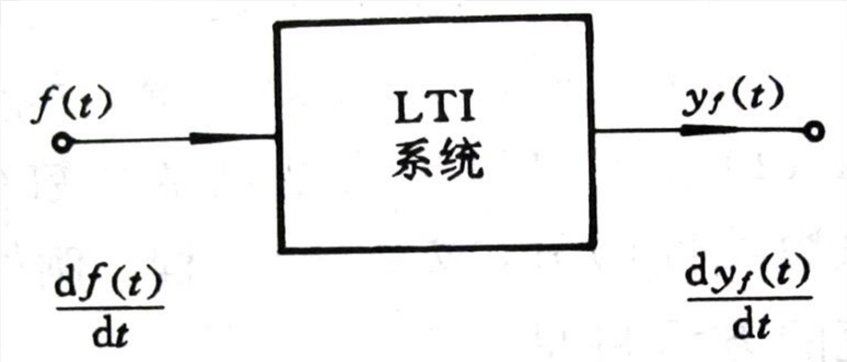
若 R(t)=R， 为常数，则系统为线性时不变系统。



上图画出了线性时不变系统（连续系统）的示意图。线性时不变系统的这种性质称为时不变性（或移位不变性），对离散系统也相类似。

非线性系统也有时变的和时不变的两类，本书只讨论线性时不变系统。

LTI连续系统还具有微分特性。如果LTI系统在激励f(t)作用下，其零状态响应为y_{zs} (t),那么，当激励为f(t)的导数df(t)/dt时，该系统的零状态响应为dy_{zs} (t)/dt,



即若

$$T[\{0\}, f(t)] = y_{zs}(t)$$

$$T[\{0\}, \frac{\mathrm{d}f(t)}{\mathrm{d}t}] = \frac{\mathrm{d}y_{zs}(t)}{\mathrm{d}t}$$

相应的，LTI连续系统也具有积分特性

即若 $$T[\{0\}, f(t)] = y_{zs}(t)$$

若 则

$$T[\{0\}, \int_{-\infty}^{t} f(x)\mathrm{d}x] = \int_{-\infty}^{t} y_{zs}(x)\mathrm{d}x$$

利用微分、积分特性可以简化LTI连续系统的计算。

三、因果性

人们常将激励与零状态响应的关系看成是产生因果关系，即把激励看作产生响应的原因，而零状态响应是激励引起的结果。

称响应（零状态响应）不出现在激励之前的系统为因果系统。

对任意时刻 t_0 或 k_0（可选 $t_0=0$ 或 $k_0=0$ ）

和任意输入 $f(\cdot)$，如果

$$f(\cdot)=0, \quad t<t_0 \quad \text{或} \quad k<k_0$$

若其零状态响应

$$y_{zs}(\cdot)=T[\{0\}, f(\cdot)]=0, \quad t<t_0 \quad \text{或} \quad k<k_0$$

则称该系统为因果系统，否则称为非因果系统。

例如下列的是因果系统

$$y_{zs}(t) = 3f(t-1)$$

$$y_{zs}(t) = \int_{-\infty}^{t} f(x)\mathrm{d}x$$

$$y_{zs}(k) = 3f(k-1) + 2f(k-2)$$

$$y_{zs}(k) = \sum_{i=-\infty}^{k} f(i)$$

非因果系统

$$y_{zs}(k) = f(k+1)$$

$$y_{zs}(t) = f(2t)$$

解释：若 $f(t) = 0, \quad t < t_0$

有 $y_{zs}(t) = f(2t) = 0, \quad t < \frac{t_0}{2}$

但在区间 $\frac{t_0}{2} < t < t_0, \quad y_{zs}(t) \neq 0$

零状态响应出现在激励之前

借用“因果”一词，常把$t=0$时接入的信号（即在$t<0$,$f(t)=0$的信号）称为因果信号或有始信号。

四、稳定性

系统的稳定性是指，对有界的激励f(·)，系统的零状态响应y_{zs}(·)也是有界的，这常称为有界输入有界输出稳定，简称为稳定。

否则，小的激励（如干扰电压）就会使系统的响应发散（如某支路电流趋于无限）。

若系统的激励 $|f(\cdot)|<\infty$ 时，其零状态

响应 $|y_{zs}(\cdot)|<\infty$

称该系统是稳定的，否则称为不稳定的。

例如 $y_{zs}(k)=f(k)+f(k-1)$

是稳定的系统。

而某连续系统的零状态响应

$$y_{zs}(t)=\int_0^t \varepsilon(x)\mathrm{d}x \ =t, \quad t\geq 0$$

显然，激励是有界的，但系统的零状态响应随时间t的增长而无限增长，故该系统是不稳定的。

1.7　LTI系统分析方法概述

$$\text{时变线性系统} \underset{\text{研究基础}}{\overset{\text{一定条件}}{\rightleftarrows}} \text{LTI} \underset{\text{研究基础}}{\overset{\text{一定条件}}{\leftrightarrows}} \text{非线性系统}$$

$$\uparrow$$

建立方程，求解

描述系统

输入—输出法：常系数线性微（差）分方程

状态变量法：①状态方程——内部状态与激励关系

②输出方程——响应与状态变量以及激励之间的关系

LTI——时域法（卷积积分、卷积和）

变换法（傅立叶变换、拉普拉斯变换、Z变换）（变换为代数方程）

信号分解——正弦、复指数、冲激、阶跃…

系统函数——稳定性

信号流图

框图

描述系统的方法有输入－输出法和状态变量法。

LTI系统的输入－输出分析法又可分为时域法和变换法。

微分（或差分）方程的经典解法引入冲激响应和单位序列响应的概念，重点讨论卷积方法。

变换域分析法将信号和系统模型的时间变量函数（或序列）变换为相应变换域的某个变量的函数，并研究它们的特性。

分析连续系统的方法有傅立叶变换和拉普拉斯变换，分析离散系统的方法有z变换。变换域方法将时域分析中的微分（或差分）方程变换为代数方程，这给分析问题带来许多方便。

作业：

1.13、1.20 (b)(d)、1.27

1.31

THANKS