实验13 数值微分和数值积分

1. 实验目的

数值微分和数值积分是工程师和科学家经常使用的基本工具。前者对开发求解常微分方程和偏微分方程边值问题的算法很重要；后者可用来计算无法解析求解的定积分的近似解。但是有时候已知的只是一些离散点上的函数值。所以需要了解数值微分和数值积分的基本原理，并推导稳定高效的计算公式。

2、实验内容

1. 考察步长对数值微分计算结果的影响。
2. 通过插值多项式求插值节点上的数值微分。
3. 通过样条函数插值求非节点上的数值微分。
4. 比较不同阶的数值积分公式求得结果的数值精度。
5. 掌握自适应积分。
6. 掌握龙贝格积分计算。
7. 掌握高斯型数值积分公式。

3、实验要求

1. 编写变步长求数值微分的程序。
2. 编写利用插值多项式求插值节点上数值微分的程序。
3. 编写利用样条插值函数求非节点上数值微分的程序。
4. 编写复合梯形公式和复合Simpson公式求数值积分程序。
5. 编写基于Simpson公式的自适应数值积分程序。
6. 编写龙贝格递推计算程序。
7. 编写利用Gauss-Legendre公式求数值积分程序。

4、思考

牛顿-科特斯公式和高斯型求积公式分别有什么优缺点？

5、实验习题

1. 已知*f*(*x*)=*ex*+*x*，利用两点公式计算*f* ’(0.4)的近似值，依次取*h*=10*k* (*k*=0,-1,…,-8,-9)。将所得结果列表比较，可以得出什么结论？
2. 给出函数表如下，利用基于Lagrange插值的三点公式求各节点的数值导数。

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *i* | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| *xi* | 0.1 | 0.2 | 0.3 | 0.4 | 0.5 | 0.6 |
| *f*(*xi*) | 1.2051709 | 1.4214028 | 1.6498588 | 1.8918247 | 2.1487213 | 2.4221188 |

1. 利用上题的函数表以及求得的节点上的一阶导数值，用三次样条微分公式求*f* ’(0.25)和*f* ’’(0.25)的近似值。将所得结果跟精确值比较，可以得出什么结论？
2. 利用复合梯形公式、复合Simpson公式计算如下积分，要求具有9位精确数字。将两种方法求得的结果列表比较，可以得出什么结论？
3. 利用基于Simpson公式的自适应数值积分方法计算如下积分，要求具有9位精确数字，并且画出带有区间细分的函数图形。
4. 用下列方法计算如下积分，并列表比较计算结果。
5. Simpson公式和Boole公式；
6. Romberg方法；
7. 三点Gauss-Legendre公式和五点Gauss-Legendre公式。
8. 将[1, 3]四等分，在两个小区间上用三点Gauss-Legendre公式计算积分，然后累加。