实验7 基于解方程的直观插值方法

1. 实验目的

通过解线性方程组来确定多项式插值函数来了解数值计算问题的不稳定性。

1. 实验内容

直观地看，插值问题给出了多组自变量和因变量的观测值，确定好插值函数类型后，插值问题可以转化为线性方程组的求解问题，待求解的是插值函数的系数。

离心泵是驱动液体在管道中流动的一种常用设备。通常情况下，不论泵如何设计，当反向压位差增加时，泵产生的流体速度减小。泵的制造厂商一般会以如图1或数据表的形式提供泵曲线。若能以公式的形式提供泵曲线则有助于实现自动计算。由下图可以看出，*h*(*q*)曲线与抛物线类似，请确定下面关系式中的系数：*h*(*q*)=*c*1*q*2+*c*2*q*+*c*3.



图1. 离心泵的典型性能曲线

利用待定系数法，通过求解方程组的方式求出经过给定的3个数据点的2次多项式*h*(*q*)，将代码封装为MATLAB函数pumpCurveInt(q,h). 利用这个函数求出经过3个数据点(1×10-4,115),(8×10-4,110),(1.4×10-3,92.5)的2次多项式并画出函数曲线。

3、实验要求

使用之前实验中所编写的求解线性代数方程组的函数来实现。

4、实验习题

1）改写本实验中编写的pumpCurveInt函数为pumpCurveInt1函数，使之能够接受任意长度的输入向量*q*和*h*。利用这个改编函数对下表数据进行恰当次数多项式插值并画出函数曲线。

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *q*(m3/s) | 0.0001 | 0.00025 | 0.0008 | 0.001 | 0.0014 |
| *h*(m) | 115 | 114.2 | 110 | 105.5 | 92.5 |

2）修改pumpCurveInt1函数为pumpCurveInt2函数，使之除了能计算多项式的系数，还能计算方程组系数矩阵的条件数。利用这个改编函数分别求出上面两题的系数矩阵的条件数。条件数随着多项式的次数如何改变？

3）使用上题编写的pumpCurveInt2函数研究输入数据扰动的影响。将第二个*h*的值*h*=114.2代换为*h*=114，重新计算四次插值多项式的系数。令为扰动数据所得三次插值多项式的系数，*c*为原始数据所得多项式的系数。对每个多项式系数，相对误差是多少？在区间min(*q*)≤*q*≤max(*q*)的100个数据点上对两个四次插值多项式计算*h*(*q*)并画图。由扰动数据和原始数据所得到的插值式的*h*的最大误差是多少？通过扰动*c*值导致插值式所得结果*h*的变化来讨论扰动对实际问题影响的重要性。

4）将上题中的数据*q*转化为m3/hour，重复上题的计算。其中哪个结果改变了？哪个结果在比例上没有影响？本问题中缩放输入数据的比例有什么好处？

5、实验思考

通过解线性方程组来确定插值函数的方法从数值计算的角度看存在哪些缺点？如何根据插值问题的自身特征来给出更有效的插值函数构造方法？