

外推法用于减小物理实验系统误差的探讨

吴玖丹 吴先球

(华南师范大学物理与电信工程学院, 广州 广东 510006)

1 引言

物理学是一门以实验为基础的自然科学, 物理实验需要定量测量有关物理量, 找出它们之间的数量关系, 以便我们认识自然现象及本质, 探索自然界的客观规律^[1]. 在物理实验中, 由于各方面原因使得测量结果存在误差. 根据误差的性质, 测量误差一般分为系统误差、随机误差和疏失误差三大类.

系统误差是指在相同条件下, 多次测量同一个量值时, 绝对值和符号保持不变的误差, 或在条件改变时按一定规律变化的误差^[2]. 系统误差的存在会影响测量的精度, 因此有必要想办法减小或消除测量中的系统误差.

外推法, 即从连续性原理出发, 根据已有的实验结果去获得超越实验范围的一些无法直接或间接测量得到的结果^[3]. 对于一些实验结果图像是线性关系的实验, 可以引入外推法来减小系统误差. 通过适当延长实验得到的图像, 使之与坐标轴相交, 研究交点所赋予的物理意义, 并由此推出一些无法直接得到的实验数据和结论. 本文以牛顿第二定律的验证实验为例, 详细介绍如何使用外推法减小系统误差, 为系统误差的减小引入新思路.

2 外推法简介

外推法即把现有的科学结论或结果推广到该领域以外的未知领域中去, 它是猜想的方法之一, 也可以说是类比推理的一种特殊应用. 早在刘徽为了求证圆周率的时候, 就利用了外推法. 外推法也不乏应用于物理实验的例子. 被誉为近代实验科学的创始人伽利略, 在他探索自由落体运动规律和惯性定律的著名“斜面实验”中, 就已经留下了外推思想的烙印. 他从斜面实验“外推”到自由落体, 从而建立了自由落体的运动规律; 又从斜面实验“外推”到水平面, 从而揭示了物体具有惯性的性质.

由伽利略的外推思想逐步发展形成的外推法是实验设计与研究的一种重要的思维方法. 通常情况下, 在有限的实验条件下, 可获得在一定的范围内的一系列实验数据, 然后使用外推法, 就可根据现有已知的实验数据去推测其他范围(或条件)下的可能数据并由此进行分析, 以得到更多的结论, 从而获得由实验无法直接得到的实验数据.

3 用外推法减小小实验系统误差的应用实例

牛顿第二定律是动力学的核心规律, 是学习其他动力学规律的基础. 在中学和大学阶段都涉及到与牛顿第二定律相关的实验. 下面就以牛顿第二定律的验证^[4]实验为例, 阐述传统方法的实验原理, 分析其误差来源, 介绍如何使用外推法对传统实验进行改进并减小系统误差.

3.1 传统方法的实验原理

传统方法的实验装置如图1所示.

设小车(装有砝码)与斜面间的摩擦力为 f .

未加小桶(内装有钩码)时, 调节斜面的倾角 θ 使得小车刚好沿斜面匀速下滑.

则有

$$Mg \sin \theta = f. \quad (1)$$

所以 $Mg \sin \theta = \mu N = \mu Mg \cos \theta$,

即 $\sin \theta = \mu \cos \theta$.

得 $\tan \theta = \mu$. (2)

即此时小车与斜面间的摩擦力 f 和重力沿斜面向下的分力刚好相抵消. (2)式表明斜面的倾角 θ 与小车的质量无关, 所以在小车所受外力不变、质量 M 改变的情况下不需要重新调节平衡斜面的倾角 θ 来平衡摩擦力.

实验过程中, 始终保持斜面的倾角 θ 不变. 使小桶(内装有钩码)的质量 m 远小于小车的质量 M , 则小车受到的拉力 F 可近似认为等于小桶的重力 mg , 即由小桶的重力 mg 可得到小车受到的拉力 F . 小车所受合外力 $\sum F$ 为

$$\sum F = F + Mg \sin \theta - f. \quad (3)$$

结合(1)式则有

$$\sum F = F. \quad (4)$$

(4)式表明小车受到的合外力即等于小车所受到的拉力 F . 取 F 为一系列不同值, 计算出在不同 F 值下小车的加速度 a , 从而可得到加速度与合外力之间的关系, 即

$$\sum F = Ma,$$

由(4)式得

$$F = Ma.$$

所以 $a = \frac{1}{M}F$. (5)

由(5)式可知 $a - F$ 图像应是一条斜率为 $\frac{1}{M}$ 且过原点的直线.

3.2 传统方法的误差分析

按照以上实验原理进行实验, 发现实验结果存在较大的误差, 分析其系统误差, 主要有以下3个方面.

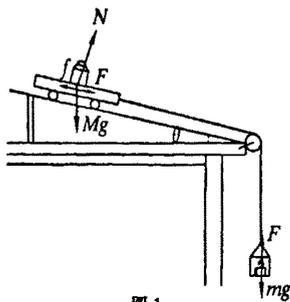


图1

(1) 斜面的倾角 θ 不能满足 $\tan\theta = \mu$ 所引起的系统误差。

实验过程中要求斜面的倾角 θ 满足 $\tan\theta = \mu$ ，即要满足(2)式，可是满足(2)式的倾角 θ 不易调节。若 θ 角不能够满足(2)式，小车(装有砝码)与斜面间的摩擦力 f 就不会等于重力沿斜面向下的分力，则小车受到的合外力 $\sum F$ 就不会等于绳子的拉力 F ，那么 $a - F$ 图线将不会过原点，而将会是如图2所示。

由(3)式可知

$$a = \frac{F + Mg\sin\theta - f}{M} = \frac{F + Mg\sin\theta - \mu Mg\cos\theta}{M} \quad (6)$$

如图2所示，当 $F = 0$ 时，若 $a < 0$ ，则有 $a = \frac{F + Mg\sin\theta - \mu Mg\cos\theta}{M} < 0$ ，即 $\tan\theta < \mu$ 。这说明实验中斜面的倾角 θ 过小，没能充分平衡摩擦力。若 $a > 0$ ，则可得 $\tan\theta > \mu$ ，即斜面的倾角 θ 过大。

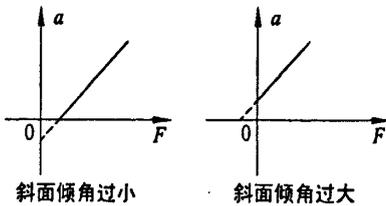


图2

(2) 认为小车受到的拉力 F 近似等于小桶的重力 mg 所引起的系统误差。

假设小车与斜面间的摩擦力 f 和重力沿斜面向下的分力已刚好相抵消，则由图1可得

$$F = Ma, mg - F = ma.$$

$$\text{所以 } F = \frac{Mmg}{M+m} = \frac{mg}{1+\frac{m}{M}} \quad (7)$$

由(7)式可知，欲使 F 近似等于 mg ，则必须使 $\frac{m}{M} \rightarrow 0$ ，即使 $m \ll M$ 。实验过程中，要是不能满足 $m \ll M$ ，则会引入相应的系统误差。

(3) 忽略纸带受到的阻力从而造成误差。

考虑纸带受到的阻力 f' ，则斜面的倾角 θ 应满足下式 $Mg\sin\theta = f + f' = \mu Mg\cos\theta + f'$ 。

所以当小车总质量增加 ΔM ，则

$$(M + \Delta M)g\sin\theta \neq \mu(M + \Delta M)g\cos\theta + f' \quad (9)$$

由(8)式可知等式两边不能同时将小车质量 M 约去，故(9)式两边不可能相等。所以在外力不变、 M 改变的情况下，必须要重新调节斜面倾角 θ 以满足(8)式。

3.3 用外推法对传统方法进行改进

经以上误差分析可以看出，传统方法由于实验原理的不完善，造成了较大的系统误差。下面介绍如何使用外推法对传统实验方法进行改进。

图3是用外推法改进后的实验装置图。将斜面水平放置，实验过程中先不考虑小车受到的摩擦力和纸带受的阻力，将系统受到的阻力留在数据处理时进行分析。

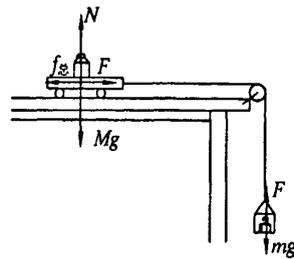


图3

(1) 用复称法测量小车和小桶的空载时的质量。

使用复称法可以消除天平由于不等臂所引起的系统误差。先将待测物体置于天平的左盘，称出其质量 M_1 。然后将物体置于右盘，称出其质量 M_2 。则物体的质量为 $M = \sqrt{M_1 M_2}$ 。

用复称法测量小车和小桶的空载时质量的实验数据如表1、表2所示。

表1 复称法测小车空载时质量的实验数据

待测物体 放置位置	砝码质量 /g	游码示数 /g	M_i/g	空车质量 M_0/g
左盘	195	5.56	200.56	200.14
右盘	202	2.28	199.72	

表2 复称法测小桶空载时质量的实验数据

待测物体 放置位置	砝码质量 /g	游码示数 /g	m_i/g	空桶质量 m_0/g
左盘	2	3.6	5.60	5.41
右盘	9	3.78	5.22	

(2) 取小车(装有砝码)质量 $M = 200 \text{ g} + 200.14 \text{ g} = 400.14 \text{ g}$ ，改变 F 测得一组数据，如表3所示，其中 $g = 9.8 \text{ m/s}^2$ 。

表3 小车(装有砝码)质量 $M = 400.14 \text{ g}$ 时得到的实验数据

钩码 质量 /g	$F/10^{-3}$ N	S_1/cm	S_2/cm	$\Delta S/\text{cm}$	t/s	$a_i/\text{cm}\cdot\text{s}^{-2}$	$\bar{a}/\text{cm}\cdot\text{s}^{-2}$
20	249.018	3.16	3.30	0.14	0.1	1.40	1.40
		3.52	3.65	0.13	0.1	1.30	
		4.12	4.27	0.15	0.1	1.50	
40	445.018	3.69	4.11	0.42	0.1	4.20	4.30
		5.31	5.74	0.43	0.1	4.30	
		7.06	7.50	0.44	0.1	4.40	
60	641.018	5.08	5.79	0.71	0.1	7.10	6.97
		6.70	7.39	0.69	0.1	6.90	
		8.24	8.93	0.69	0.1	6.90	
80	837.018	3.78	4.56	0.78	0.08	9.75	9.88
		5.37	6.15	0.78	0.08	9.75	
		5.08	5.89	0.81	0.08	10.13	

根据表3可以作出当 $M = 400.14 \text{ g}$ 的 $a - F$ 图像，如图4所示。

由图4可以看出，在系统质量不变的情况下，系统的加速度 a 与系统所受外力 F 成线性关系，但两者并不成正比关系，这是由于实验过程中存在着系统误差。实验结果的图像是线性关系，我们引入“外推法”来减小(下转第20页)

掉拉力 F , 又经过一段时间后木块最终停下来, 这一过程木块机械能是否守恒?

分析: 木块在初、末状态机械能相等, 但机械能守恒要求在任一过程中机械能都要相等. 取木块在研究过程中的中间任一过程机械能是不相等的. 同时在研究过程中有外力做功, 也不符合机械能守恒条件中的要点 2.

例 4. 如图 2 所示, 质量为 M , 带有光滑弧面的小车静止在光滑水平面上, 质量为 m 的静止小球从小车上 h 高处无摩擦滑下. 判断小车、小球和地球组成的系统机械能是否守恒?

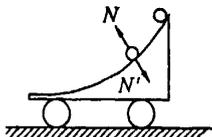


图 2

分析: 从功的角度来判断, 系统受到的外力均不做功, 内力有小球和小车之间的弹力, 很明显这对弹力对各自的物体都有做功, 下面要证明这对弹力做的总功是否为零.

设在 N 与 N' 的作用下, 两物体分别产生元位移 dr 与 dr' , 则在此元位移过程中, N 与 N' 对两物体所做元功之和为

$$dA = N \cdot dr + N' \cdot dr'$$

注意到 $N = -N'$, 上式改写为

$$dA = N \cdot (dr - dr') = N \cdot d(r - r')$$

而 $d(r - r')$ 是两物体间的相对位移, 相互接触的物体其相对位移总是沿相对运动的切线方向; 在无摩擦时, 两物体间的相互作用力 N 与 N' 又总是沿接触点的法线方向, 故有 $N \perp d(r - r')$, 即 $dA = N \cdot d(r - r') = 0$.

可见一对弹力做的总功为零, 符合机械能守恒的条件.

从能量的角度来判断: 整个系统内只有动能和势能在相互转化, 系统内的机械能不与外界的能量交换, 系统内的机械能也不转化为其他形式的能量, 因此系统机械能守恒.

显然, 例 4 从能量的角度来判断机械能是否守恒来得更简单.

另外, 对一些绳子突然绷紧, 完全非弹性碰撞过程机械能一定不守恒.

综上所述, 在讲授和应用机械能守恒定律时, 应明确机械能守恒的本质意义, 注意区分机械能守恒与机械能保持不变以及机械能在始末状态相等的概念. 同时教师在教学中对机械能守恒条件的适当拓展要科学准确, 只有这样才能真正掌握和运用好机械能守恒定律.

参考文献:

1 漆安慎, 杜焯英. 力学. 北京: 高等教育出版社, 1997.

(收稿日期: 2008-09-18)

(上接第 17 页)

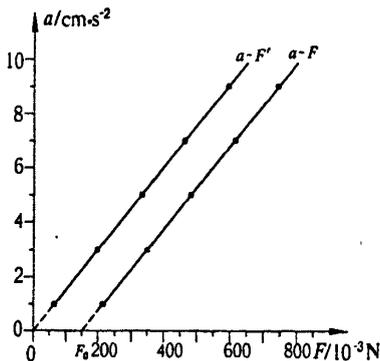


图 4

实验过程中的系统误差. 将 $a - F$ 直线反向延长, 使之与 F 轴相交, 交点 F_0 的物理意义是: 当小车的加速度 $a = 0$ 时, 小车受到一个大小等于 F_0 的力的作用. 分析其系统误差可知, 这个力 F_0 即是小车受到的摩擦力和纸带受的阻力之和.

由图 4 可得 $a - F$ 直线的方程为

$$a = -2.15 + 0.0143F$$

当 $a = 0$, 可得 $F = F_0 = 0.150 \text{ N}$.

定义 $F' = F - F_0$, 作出 $a - F'$ 图像, 则得到的新图像 $a - F'$ 一定经过原点. 故可得实验结论: 在系统质量一定的情况下, 系统的加速度和合外力成正比, 且加速度方向和合外力方向一致.

从以上例子可以看出, 使用外推法, 不仅简化了实验装

置, 简化了实验步骤, 而且减小了系统误差. 此外, 使用外推法, 引入了新方法, 可以扩展学生的思维, 开拓学生的思路, 激发学生的创新意识.

4 结束语

系统误差的存在会影响物理实验的测量结果. 对于实验结果图像是线性的实验, 本文引入外推法来减小实验的系统误差. 研究图像与坐标轴交点的物理意义, 推出一些无法直接得到的实验数据和结论. 以牛顿第二定律的验证实验为例, 分析了传统实验方法的系统误差, 介绍了如何使用外推法来改进实验装置, 简化实验步骤, 减小系统误差. 整个过程中物理意义明确, 充分体现了外推法在减小系统误差, 处理数据方面的优势.

外推法不仅是一种方法, 更是一种科学的思维方式, 可将外推法引入设计性实验中. 在今天强调素质教育的新形势下, 让学生掌握这种方法就显得更有必要了. 如果能让学学生真正掌握好外推法, 不仅能激发学生的学习兴趣, 使学生学到新的研究方法, 扩展思维方式, 还有助于培养学生理论联系实际的综合能力, 开拓学生的视野, 激发他们的创新意识和创造能力, 达到强调知识技能的同时, 也加强了过程方法的培养.

参考文献:

1 孙红鸾, 徐圣东. 浅谈减小测量中系统误差的方法. 广西物理, 2003, 24(3): 39-41
2 林占江, 张乃国. 电子测量技术. 北京: 电子工业出版社, 2004.
3 张平, 陆申龙. 外推法在物理实验设计中的应用. 物理实验, 2001, 22(3): 23-26
4 李静, 厉志明主编. 普通物理实验. 广州: 华南理工大学出版社, 1994.

(收稿日期: 2008-09-22)