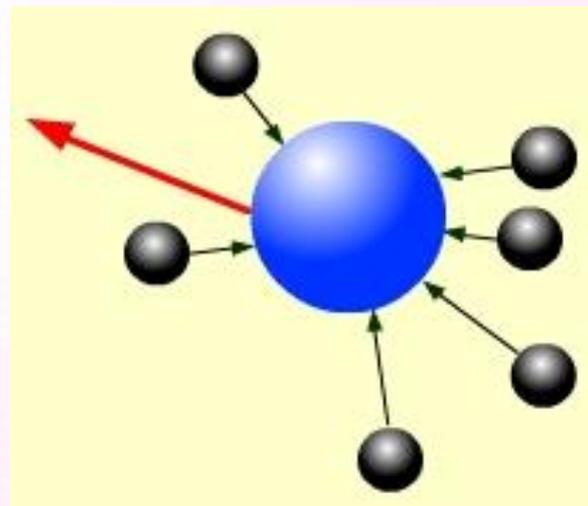
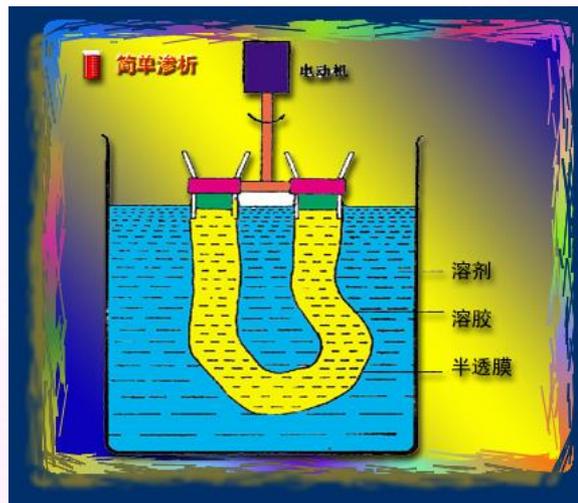
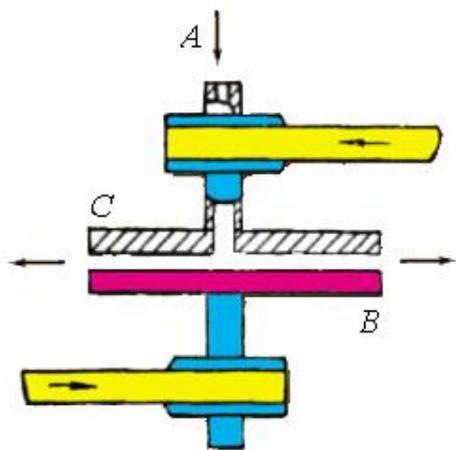




# 物理化学电子教案——第十四章

## 胶体分散系统和大分子溶液





# 第十四章 胶体分散系统和大分子溶液

- § 14.1 胶体和胶体的基本特性（了解）
- § 14.2 溶胶的制备和净化（自学）
- § 14.3 溶胶的动力性质（掌握）
- § 14.4 溶胶的光学性质（掌握）
- § 14.5 溶胶的电学性质（掌握）
- § 14.6 双电层理论和 $\zeta$  电势（了解）
- § 14.7 溶胶的稳定性和聚沉作用（掌握）
- § 14.8 乳胶漆（自学）
- § 14.9 凝胶（自学）
- § 14.10 大分子溶液（自学）



## 胶团的结构（掌握）

胶粒的结构比较复杂，先有一定量的难溶物分子聚结形成胶粒的中心，称为**胶核**；

然后**胶核**选择性的吸附稳定剂中的一种**离子**，形成**紧密吸附层**；由于正、负电荷相吸，在紧密层外形成**反号离子**的包围圈，从而形成了带与紧密层相同电荷的**胶粒**；

胶粒与扩散层中的反号离子，形成一个电中性的**胶团**。

胶核吸附离子是有选择性的，首先吸附与胶核中相同的某种离子，用**同离子效应**使胶核不易溶解



# 胶团的结构



过量的 KI 作稳定剂

胶团的结构表达式:

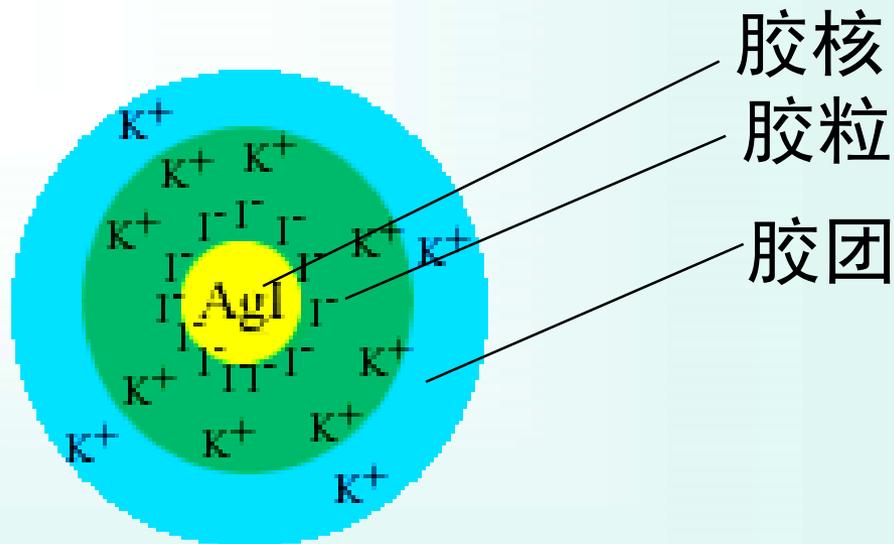


胶核

胶粒(带负电)

胶团(电中性)

胶团的图示式:





## § 14.3 溶胶的动力性质 (掌握)

Brown 运动

扩散和渗透压

沉降和沉降平衡



## § 14.4 溶胶的光学性质（掌握）

Tyndall 效应和 Rayleigh 公式

超显微镜的基本原理和粒子大小的测定



## § 14.5 溶胶的电学性质 (掌握)

电动现象

电泳

电渗

动电现象

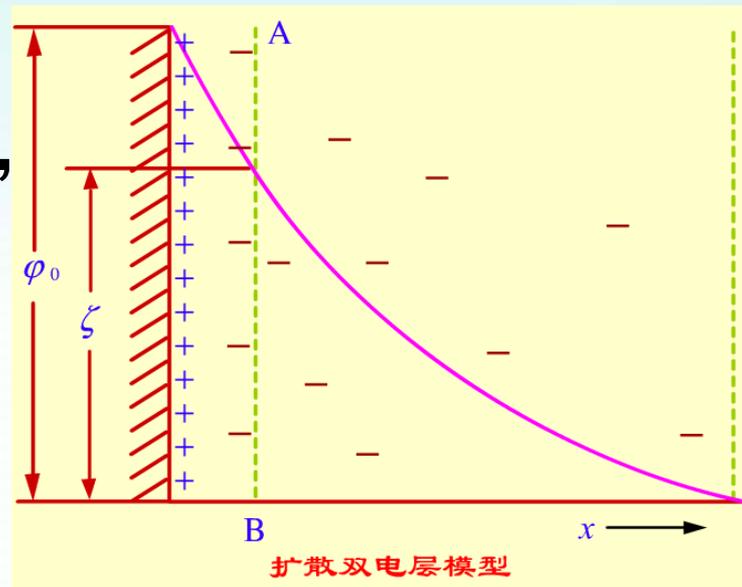
沉降电势

流动电势



## 新课 § 14.6 双电层理论和 $\zeta$ 电势（掌握）

当固体与液体接触时，可以是固体从溶液中选择性吸附某种离子，也可以是固体分子本身发生电离作用而使离子进入溶液，以致使固液两相分别带有不同符号的电荷，在界面上形成了双电层的结构。



早在1879年，Helmholz提出了**平板型模型**；

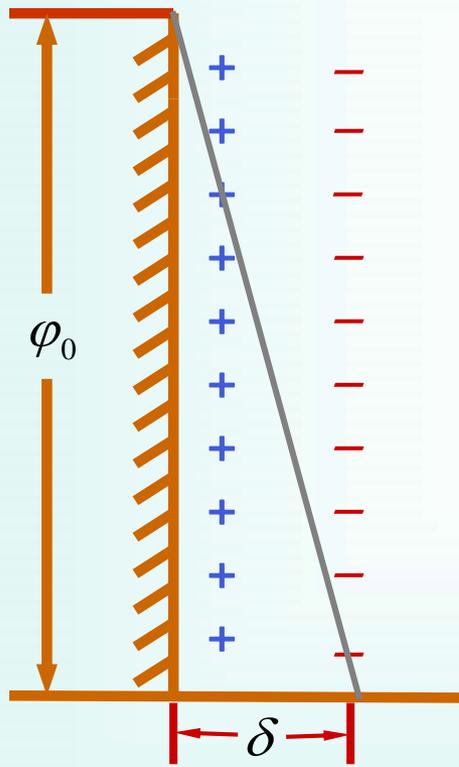
1910年Gouy和1913年Chapman修正了平板型模型，提出了**扩散双电层模型**；

后来Stern又提出了**Stern模型**。



# 平板型模型

Helmholtz认为固体的表面电荷与溶液中的反号离子构成平行的两层，如同一个平板电容器。



整个双电层厚度为 $\delta$

固体与液体总的电位差即等于热力学电势 $\varphi_0$ ，在双电层内，热力学电势呈直线下降。

这模型过于简单，由于离子热运动，不可能形成平板电容器

Helmholtz双电层模型

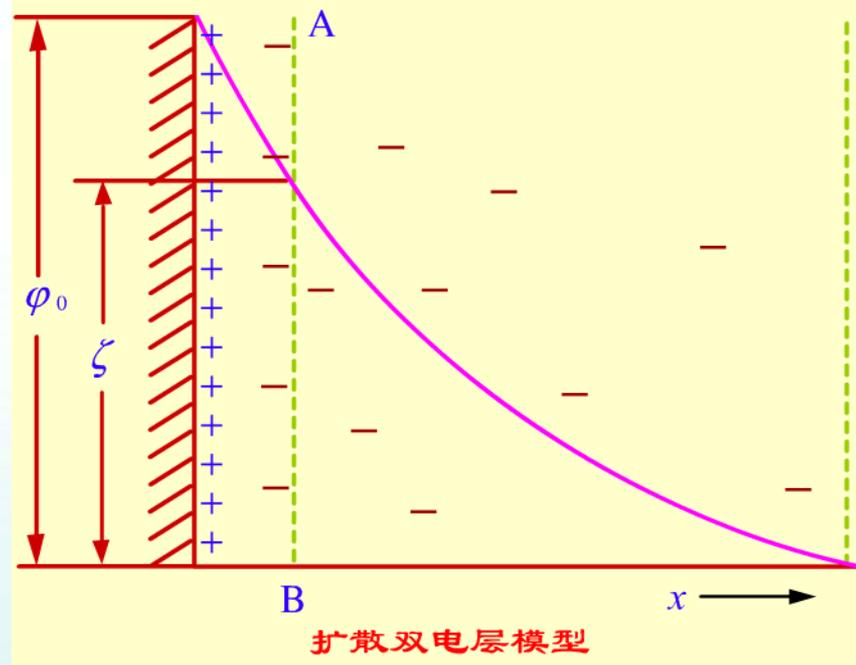


# 扩散双电层模型

Gouy和Chapman认为，由于正、负离子静电吸引和热运动两种效应的结果，溶液中的反离子只有一部分紧密地排在固体表面附近，相距约一、二个离子厚度称为**紧密层**；

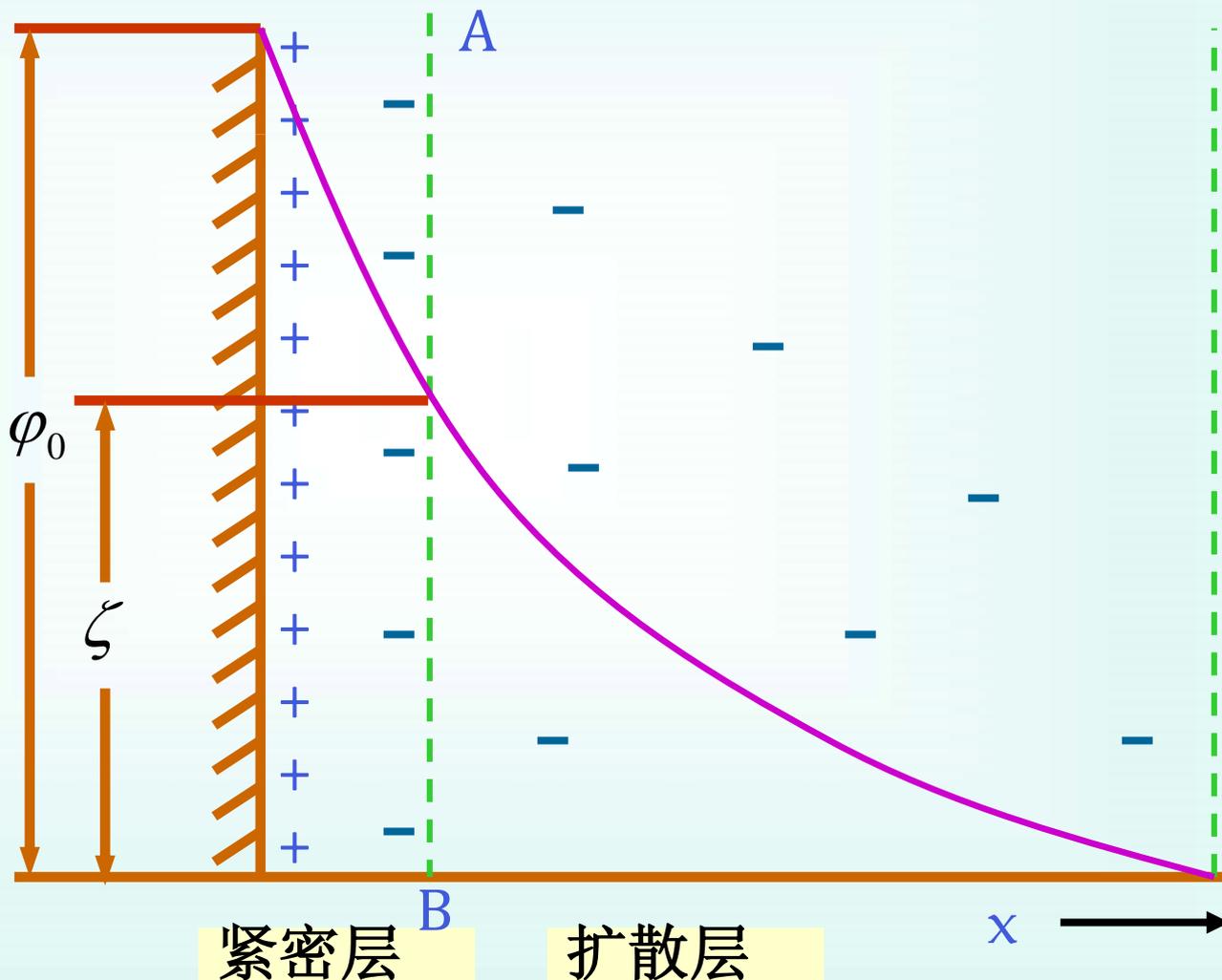
另一部分离子按一定的浓度梯度扩散到本体溶液中，离子的分布可用Boltzmann公式表示，称为**扩散层**。

双电层由紧密层和扩散层构成。移动的切动面为AB面



# Gouy-Chapman 扩散双电层模型

明确了：电泳时固-液移动的滑动面应在双电层内，距离粒子表面某一距离  $\delta_0$  处。该处的电位与溶液内部电位的差即  $\xi$  电位。



$\xi$  电位为表面电位（热力学电位）的一部分。其大小取决于滑动面内反号离子的浓度。反离子越多，电动电位越小。

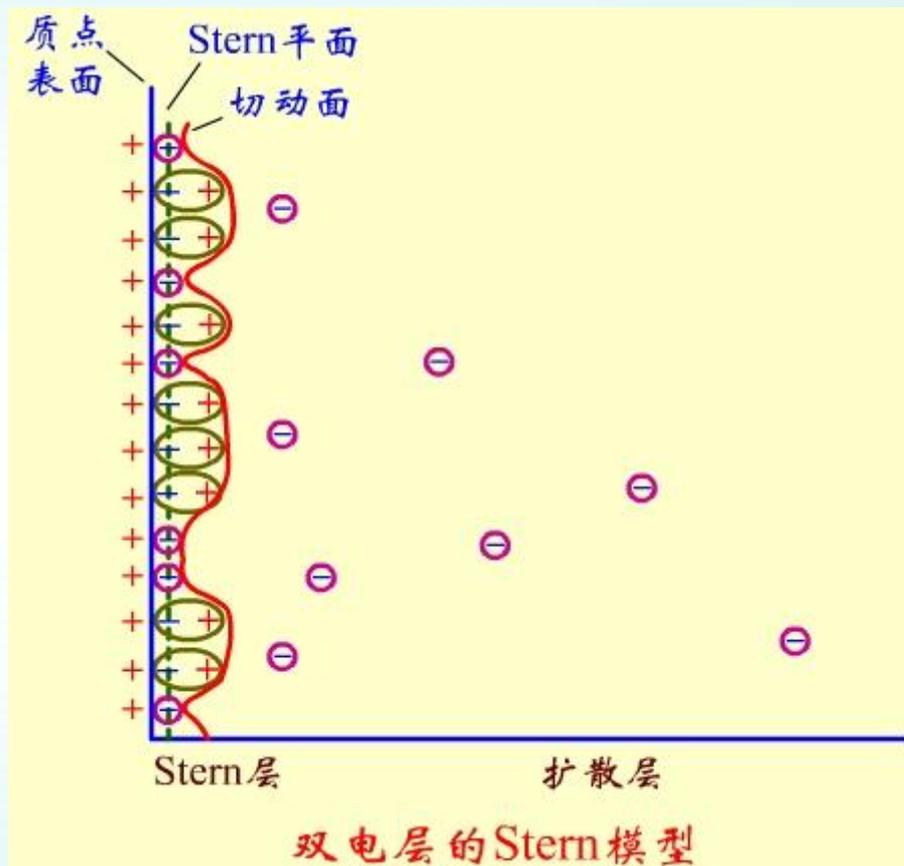


# Stern模型

Stern对扩散双电层模型作进一步修正。

他认为吸附在固体表面的紧密层约有一、二个分子层的厚度，后被称为Stern层；

由反号离子电性中心构成的平面称为Stern平面。

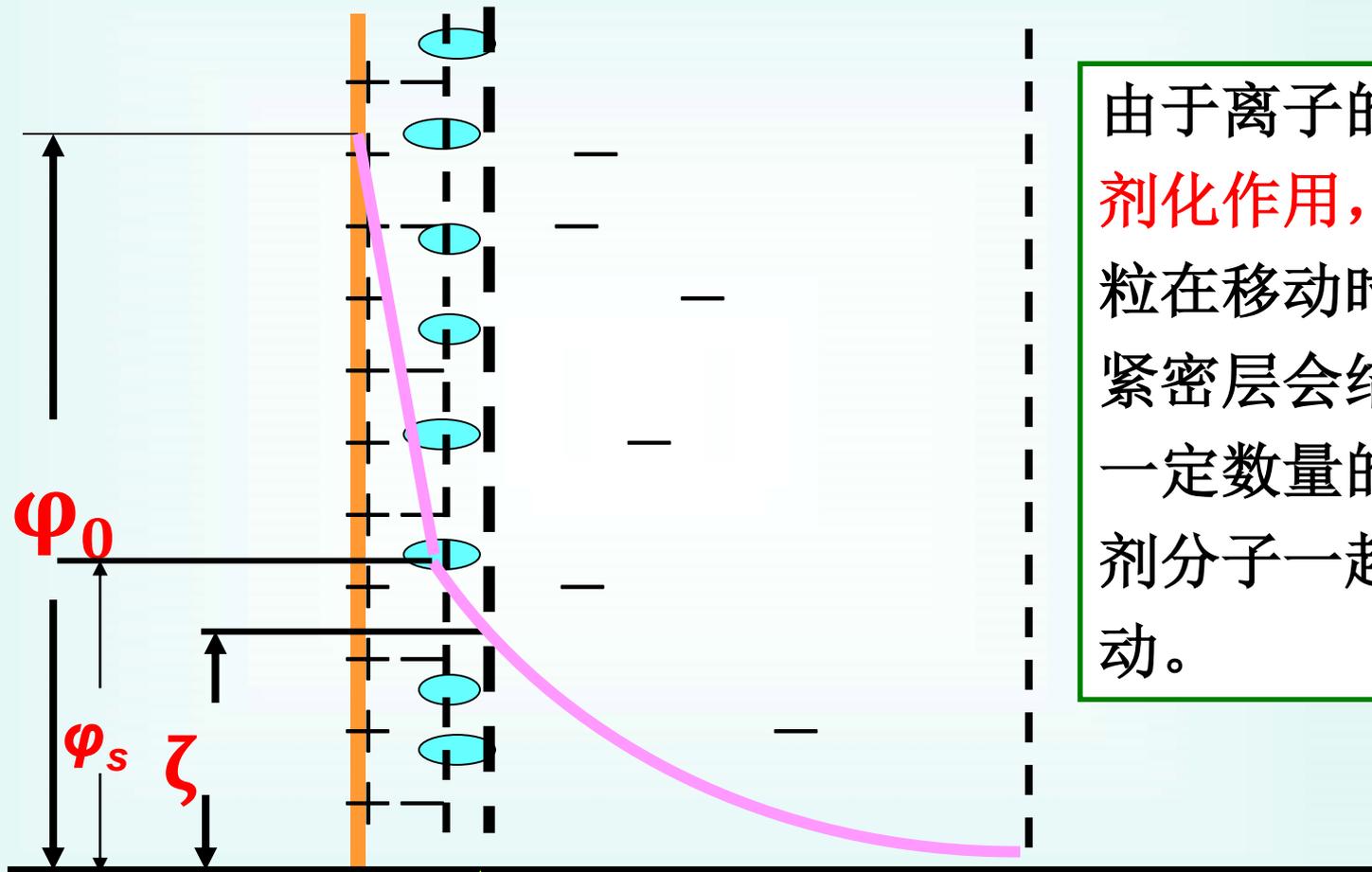


# Stern扩散双电层模型

紧密层 (Stern层)

滑移界面 (Stern面)

双层



由于离子的溶剂化作用，胶粒在移动时，紧密层会结合一定数量的溶剂分子一起移动。

反号离子

溶剂分子

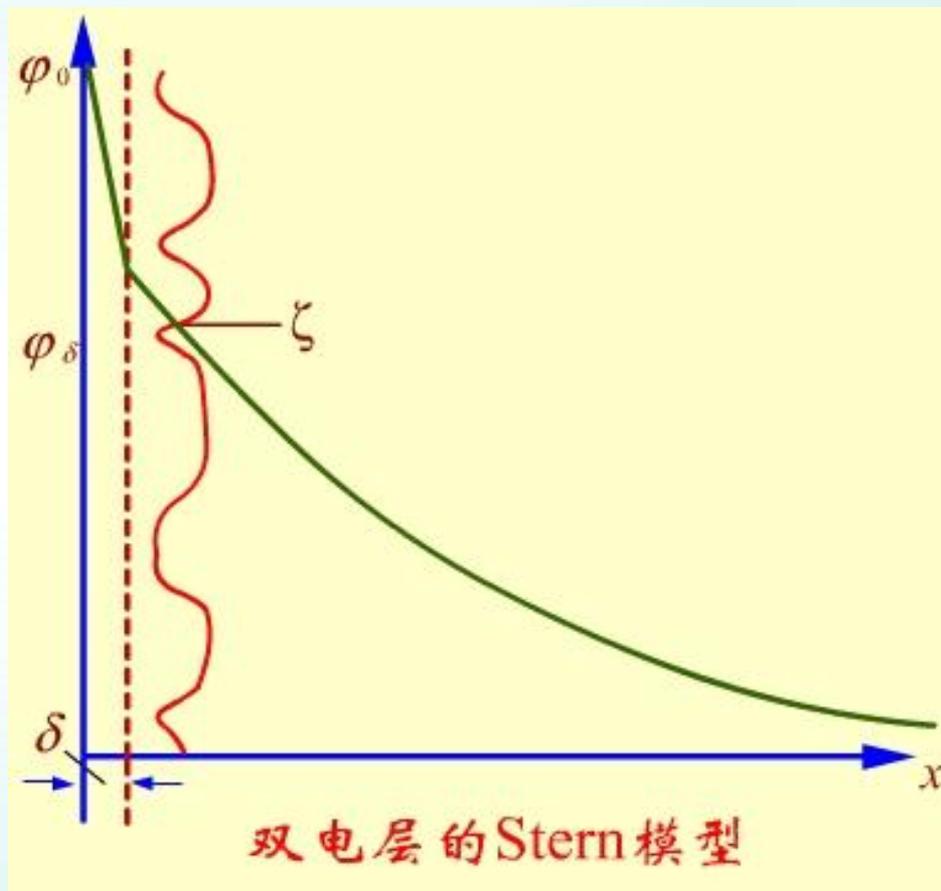
扩散层



## Stern模型

由于离子的溶剂化作用，胶粒在移动时，紧密层会结合一定数量的溶剂分子一起移动，所以滑移的切动面由比Stern层略右的曲线表示。

从固体表面到Stern平面，电位从 $\varphi_0$ 直线下降为 $\varphi_\delta$ 。





## $\zeta$ 电势

带电的固体或胶粒在移动时，移动的切动面与液体本体之间的电位差称为  $\zeta$  电势。

在扩散双电层模型中，切动面AB与溶液本体之间的电位差为  $\zeta$  电势；

在Stern模型中，带有溶剂化层的滑移界面与溶液之间的电位差称为  $\zeta$  电势。

$\zeta$  电势总是比热力学电势低，外加电解质会使  $\zeta$  电势变小甚至改变符号。

只有在带电质点移动时才显示出  $\zeta$  电势，所以它又被称为**电动电势**。



## 关于三个双电层模型

**平板电容器模型:** 由于离子的热运动,双电层模型不可能形成平板电容器模型;并且Helmholz模型不能解释为什么随着电解质浓度的变化,胶粒表面所带电荷和电性发生变化

**扩散双电层模型:** 考虑静电吸引作用和热运动,将双电层分为紧密层和扩散层两部分. 因此当在电场作用下,固-液之间发生电动现象时,是紧密层与扩散层之间发生相对运动. **移动的切动面与处于液体内部的电位差称为电动电势.** 由于扩散层的存在,随着电解质浓度的增加\或电解质价型的增加,扩散层厚度减少,电动电位下降. 解释了为什么随着电解质浓度的增加胶粒表面所带电荷减少.

**斯特恩双电层模型:** 考虑溶剂化效应,独立运动的胶粒是由固相连同溶剂化层所构成,包括反号离子和溶剂化分子. 在外电场作用下,胶粒与扩散层中的异电性离子彼此向相反方向移动,发生电泳作用. 胶粒与扩散层中的异电性导电离子之间的电位降即为电动电位.



# 胶粒表面热力学电势 $\varphi_0$ 和电动电势（ $\zeta$ 电势）区别

① 发生在不同的部位；

$\zeta$ 电势：胶粒表面滑移界面处的电势。

② 大小不同，一般情况下 $\zeta$ 电势只是热力学电势的一部分，其绝对值小于 $\varphi_0$ 。

# 表面热力学电势 $\phi_0$ 和电动电势（ $\zeta$ 电势）的区别

③  $\phi_0$ 只取决于被吸附的离子和溶胶中的反号离子的活度；

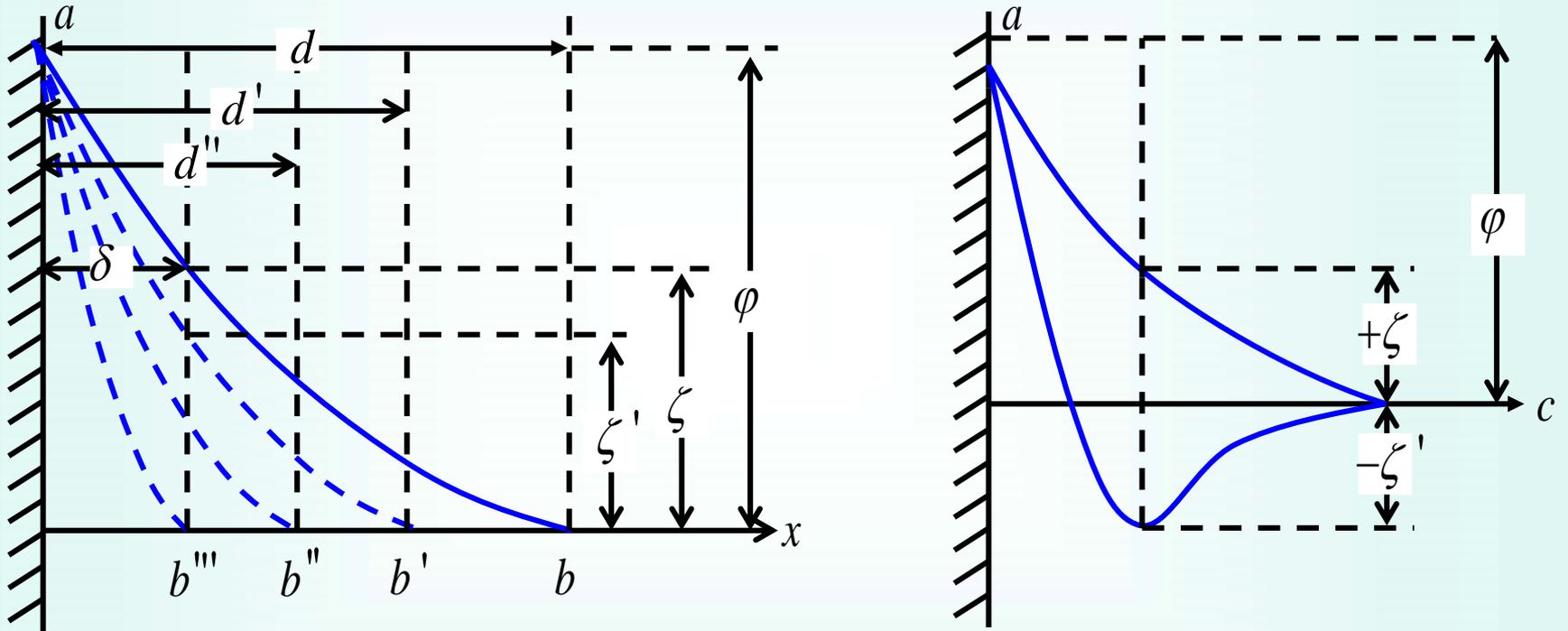
$\zeta$ 电势的值还与溶胶中外加电解质有关。

当溶胶中有外加电解质存在时，可使紧密层中反粒子浓度增加，扩散层变薄， $\zeta$ 电势的绝对值减小，甚至变为零或相反的值。

该过程的实质是新增的反离子与扩散层内原有反离子之间的静电斥力把原有反离子程度不同地挤压到吸附层中，从而使扩散层减薄。



# $\zeta$ 电势



外加电解质对  $\zeta$  电势的影响



## § 14.7 溶胶的稳定性和聚沉作用（掌握）

溶胶的稳定性

影响聚沉作用的一些因素

胶体稳定性的DLVO理论大意

\*DLVO理论的一种简化表示式

高分子化合物对溶胶的絮凝和稳定作用

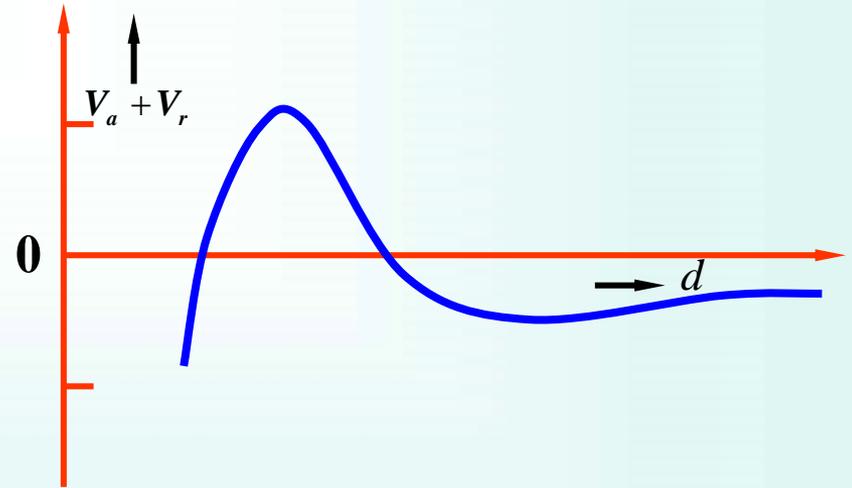


# 溶胶的稳定性

**动力学稳定性** 由于溶胶粒子小，Brown运动激烈，在重力场中不易沉降，使溶胶具有动力稳定性

**抗聚结稳定性** 胶粒之间有相互吸引的能量 $V_a$ 和相互排斥的能量 $V_r$ ，总作用能为 $V_a+V_r$ 。如图所示：

当粒子相距较大时，主要为吸力，总势能为负值；当靠近到一定距离，双电层重叠，排斥力起主要作用，势能升高。要使粒子聚结必须克服这个势垒。



粒子间相互作用与其距离的关系曲线



# 溶胶的稳定性

## 溶剂化层的影响

胶粒表面因吸附某种离子而带电，并且此种离子及反离子都是溶剂化的，这样，在胶粒周围就形成了一个溶剂化膜（水化膜）

水化膜中的水分子是定向排列的，当胶粒彼此接近时，水化膜就被挤压变形，而引起定向排列的引力又力图恢复原来的定向排列，这样就使水化膜表现出弹性，成为胶粒彼此接近时的机械阻力

水化膜中的水有较高的黏度，这也成为胶粒相互接近时的机械障碍



# 影响聚沉作用的一些因素

## 1. 电解质对于溶胶聚沉作用的影响

**聚沉值** 使一定量的溶胶在一定时间内完全聚沉所需电解质的最小浓度。从已知的表值可见，对同一溶胶，外加电解质的反号离子的价数越低，其聚沉值越大。

**聚沉能力** 是聚沉值的倒数。聚沉值越大的电解质其聚沉能力越小；反之，聚沉值越小的电解质，其聚沉能力越强。



# 不同电解质的聚沉值( $\text{mmol}/\text{dm}^3$ )

## 负溶胶( $\text{As}_2\text{S}_3$ )

LiCl	58.4
NaCl	51
KCl	50
$1/2 \text{K}_2\text{SO}_4$	65
HCl	31
$\text{CaCl}_2$	0.65
$\text{BaCl}_2$	0.69
$\text{MgSO}_4$	0.80
$1/2\text{Al}_2(\text{SO}_4)_3$	0.096
$\text{AlCl}_3$	0.093

## 正溶胶( $\text{Al}_2\text{O}_3$ )

NaCl	43.5
KCl	46
$\text{KNO}_3$	60
$\text{K}_2\text{SO}_4$	0.30
$\text{K}_2\text{Cr}_2\text{O}_7$	0.63
$\text{K}_2\text{C}_2\text{O}_4$	0.69
$\text{K}_3[\text{Fe}(\text{CN})_6]$	0.08



# 影响聚沉作用的一些因素

电解质的影响有如下一些规律：

(1) 聚沉能力主要决定于与胶粒带相反电荷的离子的价数

异电性离子为一、二、三价的电解质，其聚沉值的比例约为：  
 $100:1.6:0.14$

相当于  $\left(\frac{1}{1}\right)^6 : \left(\frac{1}{2}\right)^6 : \left(\frac{1}{3}\right)^6$

这表示聚沉值与异电性离子价数的六次方成反比

这一结论称为Schulze-Hardy规则



## 影响聚沉作用的一些因素

(2) 价数相同的离子聚沉能力也有所不同。例如不同的碱金属的一价阳离子所生成的硝酸盐对负电性胶粒的聚沉能力可以排成如下次序：



不同的一价阴离子所形成的钾盐，对带正电的溶胶的聚沉能力则有如下次序：



同价离子聚沉能力的这一次序称为**感胶离子序**。它与水合离子半径从小到大的次序大致相同。



## 影响聚沉作用的一些因素

(3) 有机化合物的离子都有很强的聚沉能力，这可能与其具有强吸附能力有关。

(4) 电解质的聚沉作用是正负离子作用的总和

通常相同电性离子的价数愈高，则该电解质的聚沉能力愈低，这可能与这些相同电性离子的吸附作用有关



## 影响聚沉作用的一些因素

### (5) 不规则聚沉

在溶胶中加入少量的电解质可以使溶胶聚沉，电解质浓度稍高，沉淀又重新分散而成溶胶，并使胶粒所带电荷改变符号。

如果电解质的浓度再升高，可以使新形成的溶胶再次沉淀。

不规则聚沉是胶体粒子对高价异号离子的强烈吸附的结果。



## 利用电解质使胶体聚沉的例子

- 豆浆中加入卤水（或石膏）为什么形成豆腐？

豆浆是荷负电的大豆蛋白胶体，卤水中含有  $\text{Ca}^{2+}$ 、 $\text{Mg}^{2+}$ 、 $\text{Na}^{+}$  等离子，能使荷负电的胶体聚沉。

- 江河出口处为什么形成三角洲？

江海交界处，常有清水和混水的分界面，这是海水中的盐类对江河中荷负电荷的土壤胶体聚沉的结果，而小岛和沙洲的形成正是土壤胶体聚沉后的产物。



## 2 有机化合物离子的影响

有机化合物的离子都具有**强吸附能力**，所以有**很强的聚沉能力**。

**用葡萄糖酸内脂可以使天然豆浆凝聚，制成内脂豆腐**

- (1) **南豆腐**：也叫嫩豆腐，指用石膏（硫酸钙）作凝固剂制成的豆腐。质地细嫩，有弹性，含水量大。
- (2) **北豆腐**：也叫老豆腐，指用盐卤作凝固剂制成的豆腐。其特点是硬度、弹性、韧性较南豆腐强，含水量低于南豆腐，香味浓。
- (3) **内脂豆腐**：属嫩豆腐，以葡萄糖- $\delta$ -内脂做为凝固剂制成的豆腐。市场上的盒装、袋装豆腐多为内脂豆腐。采用葡萄糖内脂作添加剂制作豆腐，取代以盐卤、石膏作豆腐凝固剂的传统加工方法，一般每公斤大豆可以制作5~6公斤豆腐，蛋白质含量比用传统加工方法的豆腐提高18%左右。



# 影响聚沉作用的一些因素

## 3. 胶粒之间的相互作用

将胶粒带相反电荷的溶胶互相混合，也会发生聚沉。

与加入电解质情况不同的是，当两种溶胶的用量恰能使其所带电荷的量相等时，才会完全聚沉，否则会不完全聚沉，甚至不聚沉。

产生相互聚沉现象的原因是：可以把溶胶粒子看成是一个巨大的离子，所以溶胶的混合类似于加入电解质的一种特殊情况。

在污水处理或自来水厂使水净化时，常要加净化剂  $\text{Al}_2(\text{SO}_4)_3$ ，水解形成的  $\text{Al}(\text{OH})_3$  溶胶带正电，而天然的泥砂粒子带负电，由于正负溶胶相互作用使水澄清



# 影响聚沉作用的一些因素

## 4. 大分子溶液的影响

在憎液溶胶中加入某些大分子溶液，加入的量不同，会出现两种情况：

当加入大分子溶液的量足够多时，会保护溶胶不聚沉，常用**金值**来表示大分子溶液对金溶胶的保护能力。

齐格蒙第提出的金值含义：

为了保护 $10\text{ cm}^3$  0.006%的金溶胶，在加入 $1\text{ cm}^3$  10% NaCl溶液后不致聚沉，所需高分子的最少质量称为**金值**，一般用mg表示。

金值越小，表明高分子保护剂的能力越强。



# 影响聚沉作用的一些因素

## 4. 大分子溶液的影响

在加入少量大分子溶液时，会促使溶胶的聚沉，这种现象称为**敏化作用**；

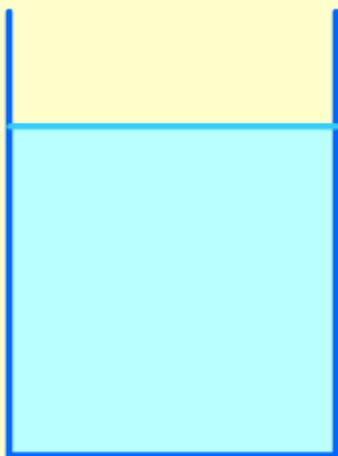
当加入的大分子物质的量不足时，憎液溶胶的胶粒粘附在大分子上，大分子起了一个桥梁作用，把胶粒联系在一起，使之更容易聚沉。

例如，对 $\text{SiO}_2$ 进行重量分析时，在 $\text{SiO}_2$ 的溶胶中加入少量明胶，使 $\text{SiO}_2$ 的胶粒粘附在明胶上，便于聚沉后过滤，减少损失，使分析更准确。



# 不同胶体的相互作用

## 敏化和保护作用



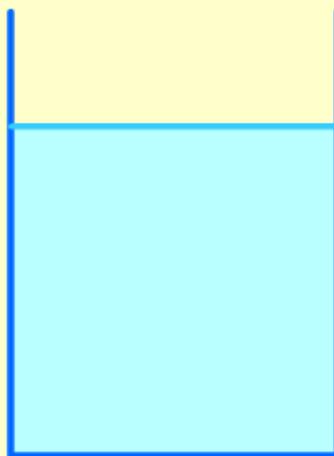
SiO<sub>2</sub>溶胶

加少量明胶液



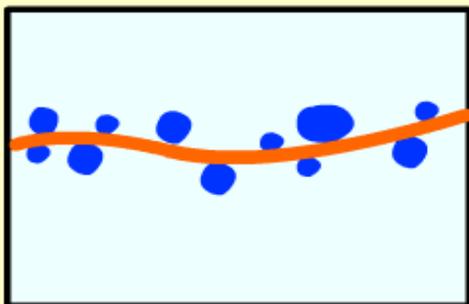
沉淀

加大量明胶液

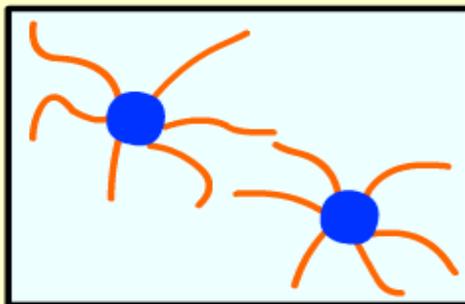


SiO<sub>2</sub>溶胶

敏化作用



保护作用



**例：**以等体积的 $0.08\text{mol/dm}^3$  KI 和 $0.1\text{mol/dm}^3$ 的  $\text{AgNO}_3$ 溶液混合制备AgI溶胶,试写出该溶胶的胶团结构示意式. 并比较电解质 $\text{CaCl}_2$ 、 $\text{MgSO}_4$ 、 $\text{Na}_2\text{SO}_4$ 、 $\text{NaNO}_3$ 对该溶胶聚沉能力的强弱。

**例：**以等体积的 $0.08\text{mol/dm}^3$  KI 和 $0.1\text{mol/dm}^3$ 的  $\text{AgNO}_3$  溶液混合制备  $\text{AgI}$  溶胶, 试写出该溶胶的胶团结构示意式. 并比较电解质  $\text{CaCl}_2$ 、 $\text{MgSO}_4$ 、 $\text{Na}_2\text{SO}_4$ 、 $\text{NaNO}_3$  对该溶胶**聚沉能力**的强弱。

解： (1) 胶团结构： $[(\text{AgI})_m \ n\text{Ag}^+ \ (n-x)\text{NO}_3]^{x+} \ x\text{NO}_3^-$

起聚沉作用的应是负离子

(2) 根据叔采-哈代规则：



(3) 根据感胶离子序： $\text{Cl}^- > \text{NO}_3^-$ ， $\text{CaCl}_2 > \text{NaNO}_3$

(4) 同号离子价数越高，聚沉能力越弱： $\text{MgSO}_4 < \text{Na}_2\text{SO}_4$

**聚沉能力：** $\text{Na}_2\text{SO}_4 > \text{MgSO}_4 > \text{CaCl}_2 > \text{NaNO}_3$



## 胶体稳定性的DLVO理论大意

在20世纪四十年代，前苏联学者Deijaguin和Landau与荷兰学者Verwey和Overbeek分别提出了关于各种形状粒子之间在不同的情况下相互吸引能与双电层排斥能的计算方法。他们处理问题的方法与结论有大致共同之处，因此以他们的姓名第一个字母简称为DLVO理论。

DLVO理论给出了计算胶体质点间排斥能及吸引能的方法，并据此对憎液胶体的稳定性进行了定量处理，得出了聚沉值与反号离子电价之间的关系式，从理论上阐明了Schulze-Hardy 规则



# 高分子化合物对溶胶的絮凝和稳定作用

## 1. 高分子化合物对溶胶的絮凝作用

在溶胶内加入**极少量**的可溶性高分子化合物，可导致溶胶迅速沉淀，沉淀呈疏松的棉絮状，这类沉淀称为絮凝物，这种现象称为**絮凝flocculation** (或桥联) 作用。

高分子对胶粒的絮凝作用与电解质的聚沉作用完全不同：

由**电解质**所引起的**聚沉 (coagulation)** 过程比较缓慢，所得到的沉淀颗粒紧密、体积小，这是由于电解质压缩了溶胶粒子的扩散双电层所引起的；

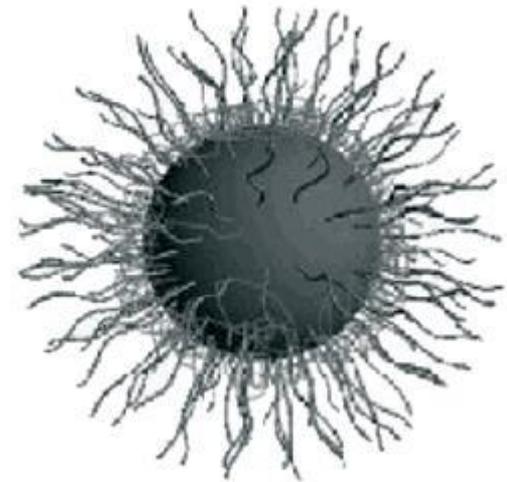


# 高分子化合物对溶胶的絮凝和稳定作用

## 2. 高分子化合物对溶胶的稳定作用

在溶胶中加入一定量的高分子化合物或缔合胶体，能显著提高溶胶对电解质的稳定性，这种现象称为保护作用，又称之为**空间稳定**

溶胶被保护以后，其电泳、对电解质的敏感性等会产生显著的变化，显示出一些亲液溶胶的性质，具有抗电解质影响、抗老化、抗温等优良性质。





# § 14.11 Donnan平衡和聚电解质溶液的渗透压

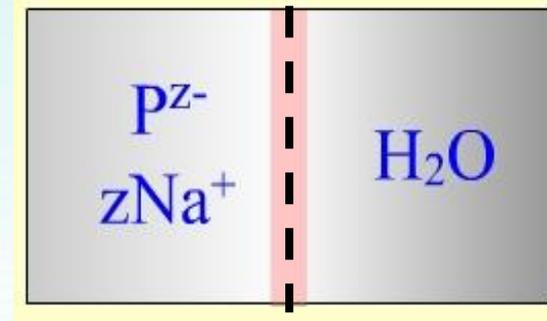
Donnan平衡

聚电解质溶液的渗透压



# Donnan平衡

在大分子电解质中通常含有少量电解质杂质，即使杂质含量很低，但按离子数目计还是很可观的。



在半透膜两边，一边放大分子电解质，一边放纯水。大分子离子不能透过半透膜，而离解出的小离子和杂质电解质离子可以。

由于膜两边要保持电中性，使得达到渗透平衡时小离子在两边的浓度不等。

Donnan从热力学的角度，分析了小离子的膜平衡情况，并得到了满意的解释。故这种平衡称为Donnan平衡



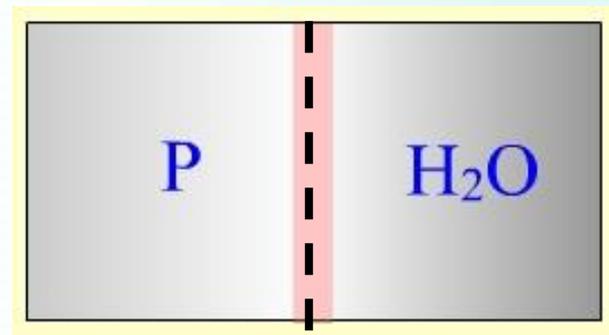
# 聚电解质溶液的渗透压

## (1) 不电离的大分子溶液

由于大分子P不能透过半透膜，而H<sub>2</sub>O分子可以，所以在膜两边会产生渗透压。渗透压可以用不带电粒子的范霍夫公式计算，即：

$$\Pi_1 = c_2 RT$$

$c_2$ 是大分子溶液的浓度

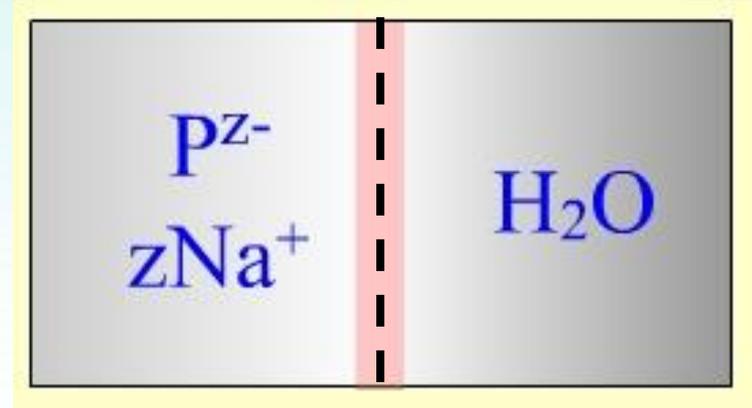


由于大分子物质的浓度不能配得很高，否则易发生凝聚，如等电点时的蛋白质，所以产生的渗透压很小，用这种方法测定大分子的摩尔质量误差太大。



## (2) 大分子电解质带有电荷

以蛋白质的钠盐为例，  
它在水中发生如下离解：



蛋白质分子 $\text{P}^{z-}$ 不能透过半透膜，而 $\text{Na}^+$ 可以，但为了保持溶液的电中性， $\text{Na}^+$ 也必须留在 $\text{P}^{z-}$ 同一侧。

这种 $\text{Na}^+$ 在膜两边浓度不等的状态就是**唐南平衡**。因为渗透压只与粒子的数量有关，所以：

$$\Pi_2 = (z+1)c_2RT$$



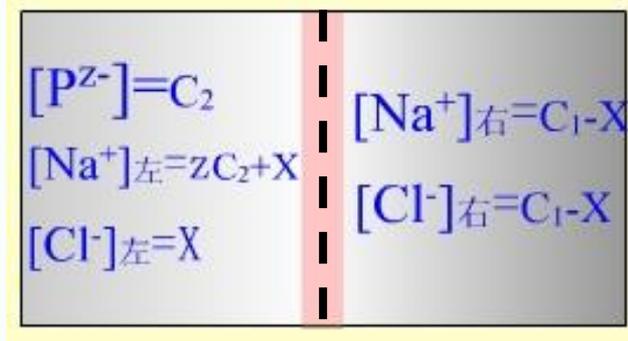
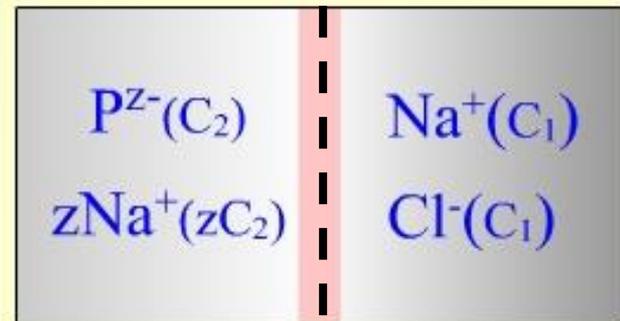
### (3) 有外加电解质时的大分子溶液

在蛋白质钠盐的另一侧加入浓度为 $c_1$ 的小分子电解质，如上图。

达到膜平衡时（如下图），为了保持电中性，有相同数量的 $\text{Na}^+$ 和 $\text{Cl}^-$ 扩散到了左边。

虽然膜两边 $\text{NaCl}$ 的浓度不等，但达到膜平衡时 $\text{NaCl}$ 在两边的化学势应该相等，即：

$$\mu(\text{NaCl, 左}) = \mu(\text{NaCl, 右})$$





$$RT \ln a_{\text{NaCl,左}} = RT \ln a_{\text{NaCl,右}}$$

$$a_{\text{NaCl,左}} = a_{\text{NaCl,右}}$$

$$\text{即 } (a_{\text{Na}^+} \cdot a_{\text{Cl}^-})_{\text{左}} = (a_{\text{Na}^+} \cdot a_{\text{Cl}^-})_{\text{右}}$$

设所有活度因子均为1，得：

$$[\text{Na}^+]_{\text{左}} [\text{Cl}^-]_{\text{左}} = [\text{Na}^+]_{\text{右}} [\text{Cl}^-]_{\text{右}}$$

$$\text{即 } (zc_2 + x)x = (c_1 - x)^2$$

$$\text{解得 } x = \frac{c_1^2}{zc_2 + 2c_1}$$



由于渗透压是因为膜两边的粒子数不同而引起的，所以：

$$\begin{aligned}\Pi_3 &= [(c_2 + zc_2 + 2x)_{\text{左}} - 2(c_1 - x)_{\text{右}}]RT \\ &= (c_2 + zc_2 - 2c_1 + 4x)RT\end{aligned}$$

将  $x$  代入  $\Pi_3$  计算式得：

$$\Pi_3 = \frac{zc_2^2 + 2c_2c_1 + z^2c_2^2}{zc_2 + 2c_1} RT$$



$$\Pi_3 = \frac{zc_2^2 + 2c_2c_1 + z^2c_2^2}{zc_2 + 2c_1} RT$$

(A) 当加入电解质太少,  $c_1 \ll zc_2$ , 与(2)的情况类似:

$$\Pi_3 \approx (c_2 + zc_2)RT = (z+1)c_2RT$$

(B) 当加入的电解质足够多,  $c_1 \gg zc_2$ , 则与(1)的情况类似:

$$\Pi_3 \approx c_2RT$$

这就是加入足量的小分子电解质后, 使得用渗透压法测定大分子的摩尔质量比较准确。



# 本章要求

1. 了解胶体分散系统的特有的分散程度、多相不均匀性和热力学不稳定性等三个主要基本特性。
2. 了解憎液溶胶在动力性质、光学性质和电学性质等方面的特点，以及如何应用这些特点，对憎液溶胶胶粒的大小、形状和带电情况等方面进行研究。
3. 掌握憎液溶胶在稳定性方面的特点，知道外加电解质对憎液溶胶稳定性影响的本质，会判断电解质的聚沉值和聚沉能力的大小。
4. 了解大分子溶液与憎液溶胶的异同点，了解胶体分散系统的平均摩尔质量的多种测定方法。
5. 了解凝胶的基本性质和纳米科技的基本内容和广泛的应用前景。



# 复习：动力学第二部分

三个理论模型分别在什么基础上建立，理论的主要内容，解决了什么问题，存在什么缺陷？



# 界面化学部分

表面张力

附加压力（杨氏方程）

弯曲液面上的蒸汽压（开尔文方程）

**Gibbs**吸附等温式

朗格缪尔吸附等温式（单分子层吸附理论：假设、推导过程、应用）

**BET**多分子层吸附等温式。。。。

接触角、润湿方程

表面活性剂的作用

会解释一些现象



# 胶体化学部分

胶体的结构式

胶体的性质：动力学、光学、电学性质、稳定性

聚沉值和聚沉能力分析

唐南平衡