线性代数　第二章作业　　参考答案　　　　仅供参考

习题 2.1　P101

1.解:

$$-2A=(-2)\begin{bmatrix}2 & 0 & -1\\4 & -5 & 2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-4 & 0 & 2\\-8 & 10 & -4\end{bmatrix}$$

$$B-2A=B+(-2A)=\begin{bmatrix}3 & -5 & 3\\-7 & 6 & -7\end{bmatrix}$$

AC没有定义，因为 A 的列数与 C 的行数不相等

$$CD=\begin{bmatrix}1 & 2\\-2 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}3 & 5\\-1 & 4\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1 & 13\\-7 & -6\end{bmatrix}$$

3.解:

$$3I_A-A=\begin{bmatrix}3 & 0\\0 & 3\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}4 & -1\\5 & -2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-1 & 1\\-5 & 5\end{bmatrix}$$

$$(3I_A)A=3(I_AA)=3\begin{bmatrix}4 & -1\\5 & -2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}12 & -3\\15 & -6\end{bmatrix}$$

11.解:

$$AD=\begin{bmatrix}1 & 1 & 1\\1 & 2 & 3\\1 & 4 & 5\end{bmatrix}\begin{bmatrix}2 & 0 & 0\\0 & 3 & 0\\0 & 0 & 5\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}2 & 3 & 5\\2 & 6 & 15\\2 & 12 & 25\end{bmatrix}$$

$$DA=\begin{bmatrix}2 & 0 & 0\\0 & 3 & 0\\0 & 0 & 5\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & 1 & 1\\1 & 2 & 3\\1 & 4 & 5\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}2 & 2 & 2\\3 & 6 & 9\\5 & 20 & 25\end{bmatrix}$$

B为单位矩阵I_A或 nI_A即可

14.解: UQ 表示 BC 两个产品的四个季度的总生产成本。

根据定义，$UQ = U\ [q_1\ q_2\ q_3\ q_4] = [Uq_1\ Uq_2\ Uq_3\ Uq_4]$。 从第 1.8 节的例子 6，向量$Uq_1$列出了对应于向量$q_1$中指定的乘积 B 和 C 的总成本（物料，人

工和开销）。 也就是说，UQ的第 1 列列出了今年第一季度用于制造 B 和 C 产品的材料，劳动力和开销的总成本。，第 2、3、4 列分别列出了在二，三，四季度制造 B 和 C 的总金额。

16.解:

a、假命题。AB 的第一行是 A 与 B 的各列的第一个数分别相乘的组合

b、 假命题。AB应为$\begin{bmatrix} Ab_1 & Ab_2 & A\,b_3 \end{bmatrix}$

c、真命题。根据定理三，有 $(AB)^T = B^T A^T$,把 B 换成 A,即可得出此命题成立。

d、真命题。由定理三推广，可知但若干个矩阵的乘积的转置等于它们的转置的乘积，但相乘的顺序相反。

e、真命题。根据定理三，有 $(A+B)^{\mathrm{T}} = A^T + B^T$ ，此命题为真命题。

20、AB 的前两列相同。因为 B 的各列分别与 A 相乘，并形成 AB 的对应列。B 的前两列相同，则 AB 的前两列相同。

$$AB\text{的第二列也全为零，因为}A\boldsymbol{b_2} = A\boldsymbol{0} = \boldsymbol{0}\text{。}$$

习题 2.2　P109

2.解:

$$\begin{bmatrix}3 & 2\\7 & 4\end{bmatrix}^{-1}=\frac{1}{3\times 4-2\times 7}\begin{bmatrix}4 & -2\\-7 & 3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-2 & 1\\\frac{7}{2} & -\frac{3}{2}\end{bmatrix}$$

$$\frac{1}{5}\begin{bmatrix}5 & -2\\-8 & 3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1 & -\frac{2}{5}\\-\frac{8}{5} & \frac{3}{5}\end{bmatrix}$$

4.解:

$$\begin{bmatrix}3 & -4\\7 & -8\end{bmatrix}^{-1}=\frac{1}{3\times(-8)-(-4)\times 7}\begin{bmatrix}-8 & 4\\-7 & 3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-2 & 1\\-\frac{7}{4} & \frac{3}{4}\end{bmatrix}$$

$$\frac{1}{4}\begin{bmatrix}-6 & 4\\-4 & 2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-\frac{3}{2} & 1\\-1 & \frac{1}{2}\end{bmatrix}$$

10.解:

A.假命题。把 A 化为单位矩阵的行变换将单位矩阵化为 A 的逆。

B.真命题。

C.假命题。应为相反顺序。

D.真命题。对任意 e 相容，则 A 有 n 个主元位置。A 行等价于单位矩阵。

E.真命题。单位矩阵可逆，A 可由行变换化为单位矩阵，由定理七可得 A 也是可逆的。

16.解:

令 $C = AB$

则 $CB^{-1} = ABB^{-1} = AI = A$

由本章定理 6 可知 A 是可逆矩阵的乘积，因此是可逆的。

20.解:

a.

$B=(A-AX)^{-1}X,(A-AX)$可逆，X可逆，
由定理6可得若干个$n\times n$可逆矩阵的积也是可逆的，故B可逆

b. $X=B(A-AX),B,(A-AX)$可逆，故由定理6可得X可逆。

24.解:

如果方程Ax = b对于R^n中的每个b都有一个解，根据 1.4 节中的定理 4，A在每一行中都有一个主元位置。 由于A是方阵，所以所有主元必须在A的对角线上，因此A行等于I^n。由本章中定理 7 可得，A是可逆的。

36.解:

A^{-1}的第 2 第 3 列为：

$$\begin{bmatrix} \frac{3}{2} & -\frac{9}{2} \\ -\frac{433}{6} & \frac{439}{2} \\ \frac{133}{6} & -69 \end{bmatrix}$$

习题 2.3　　P114

2.解: B 的列与列之间是倍数关系，　由 2.2 节中的定理 4，矩阵是不可逆的。

4.解：矩阵$\begin{bmatrix} -7 & 0 & 4 \\ 3 & 0 & -1 \\ 2 & 0 & 9 \end{bmatrix}$显然有线性相关的列（零向量列），由本章中的定理 8（可逆矩阵定理）的（e）可知，矩阵不可逆。

8.解：由本章中的定理 8（可逆矩阵定理）的（c）可知，4×4 矩阵$\begin{bmatrix} 1 & 3 & 7 & 4 \\ 0 & 5 & 9 & 6 \\ 0 & 0 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 0 & 10 \end{bmatrix}$是可逆的，因为它有 4 个主元。

10.解:

$$\begin{bmatrix} 5 & 3 & 1 & 7 & 9 \\ 6 & 4 & 2 & 8 & -8 \\ 7 & 5 & 3 & 10 & 9 \\ 9 & 6 & 4 & -9 & -5 \\ 8 & 5 & 2 & 11 & 4 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 5 & 3 & 1 & 7 & 9 \\ 0 & \frac{2}{5} & \frac{4}{5} & -\frac{2}{5} & -\frac{94}{5} \\ 0 & 0 & 1 & -21 & 7 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 34 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

由本章中的定理 8（可逆矩阵定理）的（c）可知，5×5 矩阵$\begin{bmatrix} 5 & 3 & 1 & 7 & 9 \\ 6 & 4 & 2 & 8 & -8 \\ 7 & 5 & 3 & 10 & 9 \\ 9 & 6 & 4 & -9 & -5 \\ 8 & 5 & 2 & 11 & 4 \end{bmatrix}$是可逆的，因为它经过行变换后有 5 个主元。

Sec2.5　P129

17、

$$L^{-1}=\begin{bmatrix}1&0&0\\2&1&0\\0&-1&1\end{bmatrix},\ U^{-1}=\begin{bmatrix}\frac{1}{2}&-\frac{3}{4}&-2\\0&-\frac{1}{4}&-1\\0&0&\frac{1}{2}\end{bmatrix}$$

$$A^{-1}=\begin{bmatrix}\frac{1}{2}&-\frac{3}{4}&-2\\1&-\frac{7}{4}&-5\\0&\frac{1}{4}&\frac{3}{2}\end{bmatrix}$$

20、因为 L 是下三角矩阵，若 A 进行行交换，则会破坏 L 的阵形，而进行行倍加变换则不会，所以若 A 能分解为 A=LU,则 A 可仅用行倍加变换成 U。

22、

26、

$A^2=PD^2P^{-1}, A^3=PD^3P^{-1}, A^k=PD^kP^{-1}$（$k$为正整数）,$D$中有大量0，便于计算

28、

P151 Sec. 2.8

3、该集合在加法和标量乘法上不封闭。

$A=\begin{bmatrix}-2&-2&0\\0&3&-5\\6&3&5\end{bmatrix}, Ax=b$，其增广矩阵为$\begin{bmatrix}-2&-2&0&-5\\0&3&-5&5\\6&3&5&3\end{bmatrix}$

10、$\sim\begin{bmatrix}-2&-2&0&-5\\0&3&-5&5\\0&-3&5&-12\end{bmatrix}\sim\begin{bmatrix}-2&-2&0&-5\\0&3&-5&5\\0&0&0&-7\end{bmatrix}$, $Ax=b$不相容，则u不属于$ColA$

$p=3, q=5, NulA$是R^3的一个子空间，因为$Ax=0$的解必然有3个元素，

与列对应，$ColA$是R^5的一个子空间，因为每个列向量都有5个元素。

12、

$Ax=0, \begin{bmatrix}3&2&1&-5&0\\-9&-4&1&7&0\\9&2&-5&1&0\end{bmatrix}\sim\begin{bmatrix}3&2&1&-5&0\\0&2&4&-14&0\\0&-4&-8&16&0\end{bmatrix}$

13、$\sim\begin{bmatrix}3&2&1&-5&0\\0&2&4&-14&0\\0&0&0&-12&0\end{bmatrix}\sim\begin{bmatrix}3&0&-3&0&0\\0&2&4&0&0\\0&0&0&1&0\end{bmatrix}$, $x=x_3\begin{bmatrix}1\\-2\\1\\0\end{bmatrix}, x_3\neq 0$, 则$x_1$、$x_2$和$x_3$都不等于0.

R^2,由观察所得:$\begin{bmatrix}4\\-10\end{bmatrix}=-2\begin{bmatrix}-2\\5\end{bmatrix}$

16、

P157 Sec. 2.9

2.9

1、

$$\begin{bmatrix}1 & 2 & 3\\ 1 & -1 & 2\end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix}1 & 2 & 3\\ 0 & -3 & -1\end{bmatrix},\quad x=\frac{7}{3}\begin{bmatrix}1\\1\end{bmatrix}+\frac{1}{3}\begin{bmatrix}2\\-1\end{bmatrix}$$

3、

$$\begin{bmatrix}2 & -1 & 0\\ -3 & 5 & 7\end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix}2 & -1 & 0\\ 0 & \frac{7}{2} & 7\end{bmatrix},\quad x_1=1, x_2=2, x\text{相对于}B\text{的坐标向量为}\begin{bmatrix}1\\2\end{bmatrix}$$

15、

$ColA=R^4$,因为A的每一行都有一个主元，A的列生成R^4，

$NulA\neq R^2$，$NulA$的维数为4，而$NulA$属于R^6

17、A.真命题。根据定义可得。

B.假命题。应为过原点的直线。因为子空间必须包含零向量。

C.真命题。因为 A 的主元列形成 ColA 的一个基，A 的秩是列空间的维数，而 A 的秩正好是 A 的主元列的个数。ColA 的维数就是 A 的秩。

D.真命题。因为 ColA 的维数就是 A 的秩。

E.真命题。根据基定理可得。

18、

A. 真命题。对于 H 中的每一个向量 x，相对于基 B 的坐标都是唯一的。

B. 真命题。NulA 中每一个基向量对于方程 Ax=0 的一个自由变量。故 NulA 的维数是方程 Ax=0 中的变量个数。

C. 真命题。由 A 的秩定义可得。

D. 真命题。

$x \mapsto [x]_B$是H和R^2保持线性关系组合关系的一一映射，所以形态一致。

E.真命题。根据基定理可得。