第 8 章　假设检验

PowerPoint

第 8 章　假设检验

8.1　假设检验的基本问题

8.2　一个总体参数的检验

8.3　两个总体参数的检验

8.4　检验问题的进一步说明

学习目标

1. 了解假设检验的基本思想
2. 掌握假设检验的步骤
3. 对实际问题作假设检验
4. 利用置信区间进行假设检验
5. 利用*P* - 值进行假设检验

8.1 假设检验的基本问题

8.1.1 假设问题的提出
8.1.2 假设的表达式
8.1.3 两类错误
8.1.4 假设检验的流程
8.1.5 利用P值进行决策
8.1.6 单侧检验

作者：贾俊平，中国人民大学统计学院

假设问题的提出

作者：贾俊平，中国人民大学统计学院

什么是假设?
(hypothesis)

- 对总体参数的的数值所作的一种陈述
  - 总体参数包括总体均值、比例、方差等
  - 分析之前必需陈述

什么是假设检验?
(hypothesis testing)

1. 事先对总体参数或分布形式作出某种假设，然后利用样本信息来判断原假设是否成立
2. 有参数假设检验和非参数假设检验
3. 采用逻辑上的反证法，依据统计上的小概率原理

提出原假设和备择假设

- 什么是原假设？(null hypothesis)

1. 待检验的假设，又称“0假设”
2. 研究者想收集证据予以反对的假设
3. 总是有等号 🖫, ⦿ 或 ¤
4. 表示为 H_0
   - H_0： ❍ 🖫 某一数值
   - 指定为 = 号，即 ⦿ 或 ¤
   - 例如, H_0： ❍ 🖫 3190（克）

提出原假设和备择假设

- 什么是备择假设？**(alternative hypothesis)**

1. 与原假设对立的假设，也称“研究假设”
2. 研究者想收集证据予以支持的假设总是有不等号: 🕒, 🖫 或 ✇
3. 表示为 H_1
   - H_1：❍ <某一数值，或❍ ✇某一数值
   - 例如, H_1：❍ < 3910(克)，或❍ ✇3910(克)

假设检验中的两类错误

(决策风险)

作者：贾俊平，中国人民大学统计学院

假设检验中的两类错误

1. 第一类错误（弃真错误）
   - 原假设为真时拒绝原假设
   - 会产生一系列后果
   - 第一类错误的概率为♋
     - 被称为显著性水平
2. 第二类错误（取伪错误）
   - 原假设为假时接受原假设
   - 第二类错误的概率为♌ (Beta)

假设检验的流程

- 提出假设
- 确定适当的检验统计量
- 规定显著性水平♋
- 计算检验统计量的值
- 作出统计决策

作者：贾俊平，中国人民大学统计学院

确定适当的检验统计量

- 什么是检验统计量?

1. 用于假设检验决策的统计量
2. 选择统计量的方法与参数估计相同，需考虑
   - 是大样本还是小样本
   - 总体方差已知还是未知
3. 检验统计量的基本形式为

$$Z=\frac{\bar{X}-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}$$

规定显著性水平♋
(significant level)

- 什么是显著性水平？

1. 是一个概率值
2. 原假设为真时，拒绝原假设的概率
   - 被称为抽样分布的拒绝域
3. 表示为 ♋ (alpha)
   - 常用的 ♋ 值有0.01, 0.05, 0.10
4. 由研究者事先确定

作出统计决策

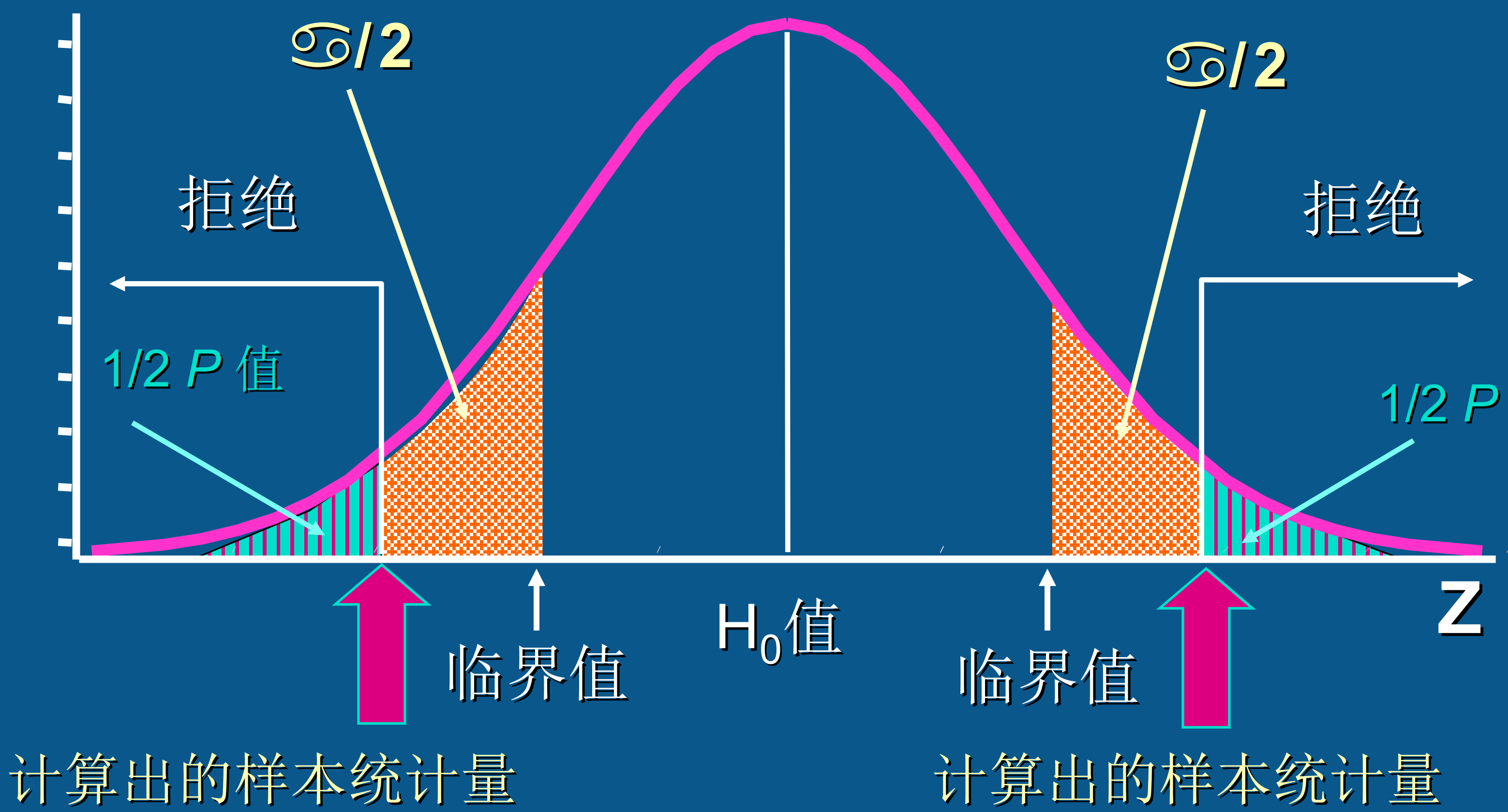
1. 计算检验的统计量
2. 根据给定的显著性水平α，查表得出相应的临界值z_{α}或$z_{\alpha/2}$，t_{α}或$t_{\alpha/2}$
3. 将检验统计量的值与α水平的临界值进行比较
4. 得出拒绝或不拒绝原假设的结论

利用P值进行决策

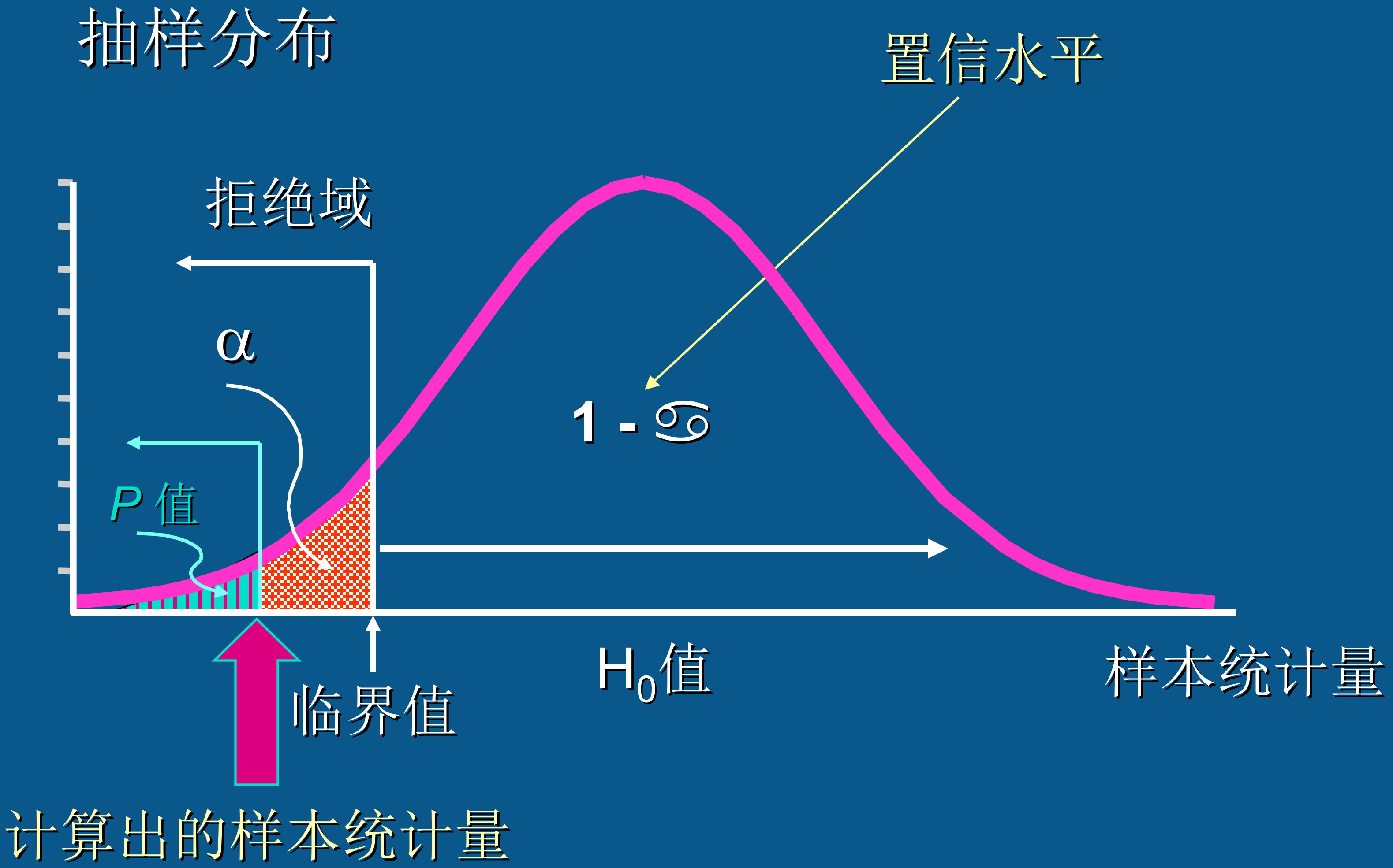
什么是*P* 值?
(*P*-value)

1. 是一个概率值
2. 如果原假设为真，*P*-值是抽样分布中大于或小于样本统计量的概率
   - 左侧检验时，*P*-值为曲线上方*小于等于*检验统计量部分的面积
   - 右侧检验时，*P*-值为曲线上方*大于等于*检验统计量部分的面积
3. 被称为观察到的(或实测的)显著性水平
   - H_0 能被拒绝的最小值

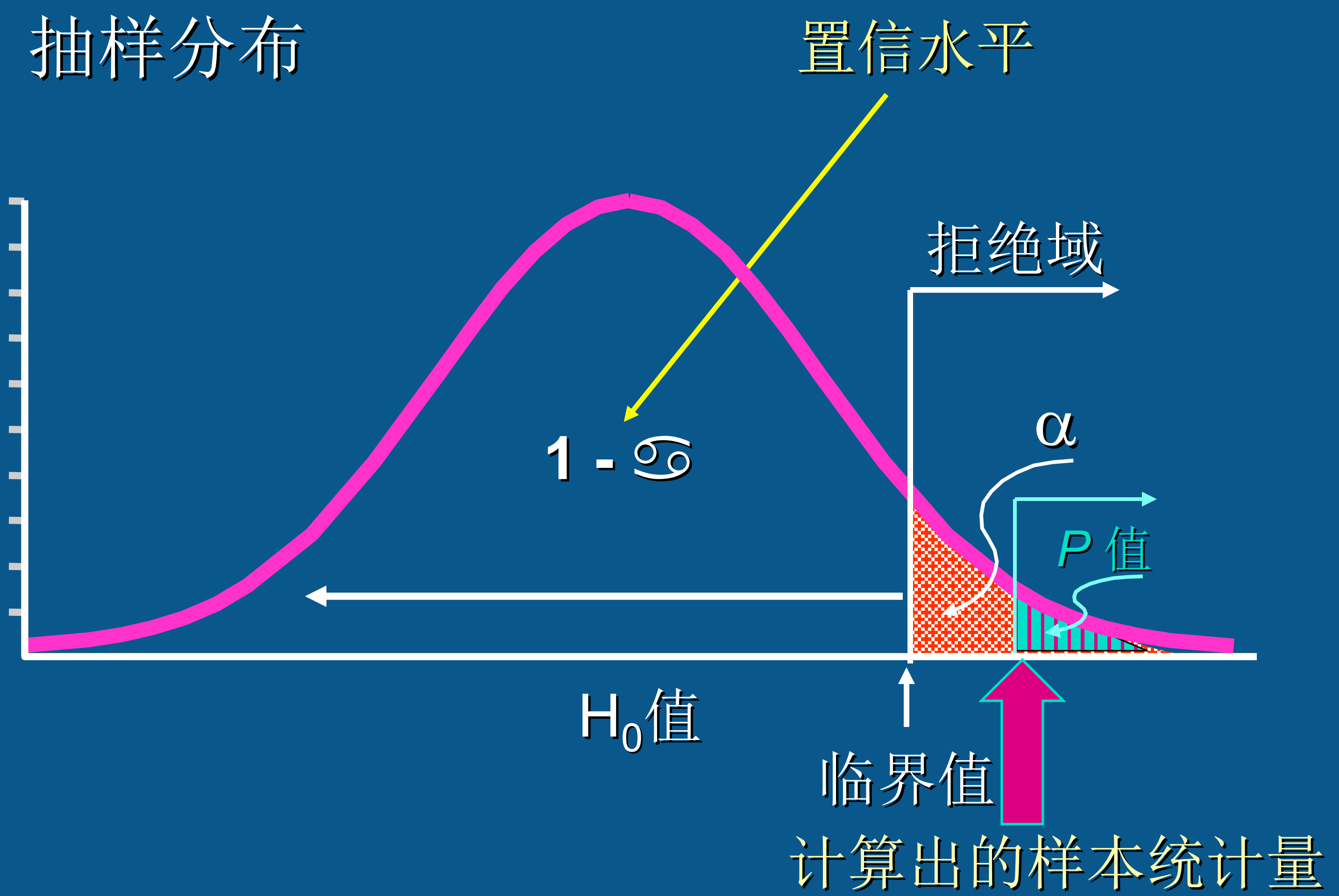
双侧检验的*P* 值



左侧检验的*P* 值



右侧检验的*P* 值



利用 ***P*** 值进行检验
(决策准则)

1. 单侧检验
   - 若p-值 > ♋, 不拒绝 H_0
   - 若p-值 < ♋, 拒绝 H_0
2. 双侧检验
   - 若p-值 > ♋/2, 不拒绝 H_0
   - 若p-值 < ♋/2, 拒绝 H_0

双侧检验和单侧检验

双侧检验与单侧检验
(假设的形式)

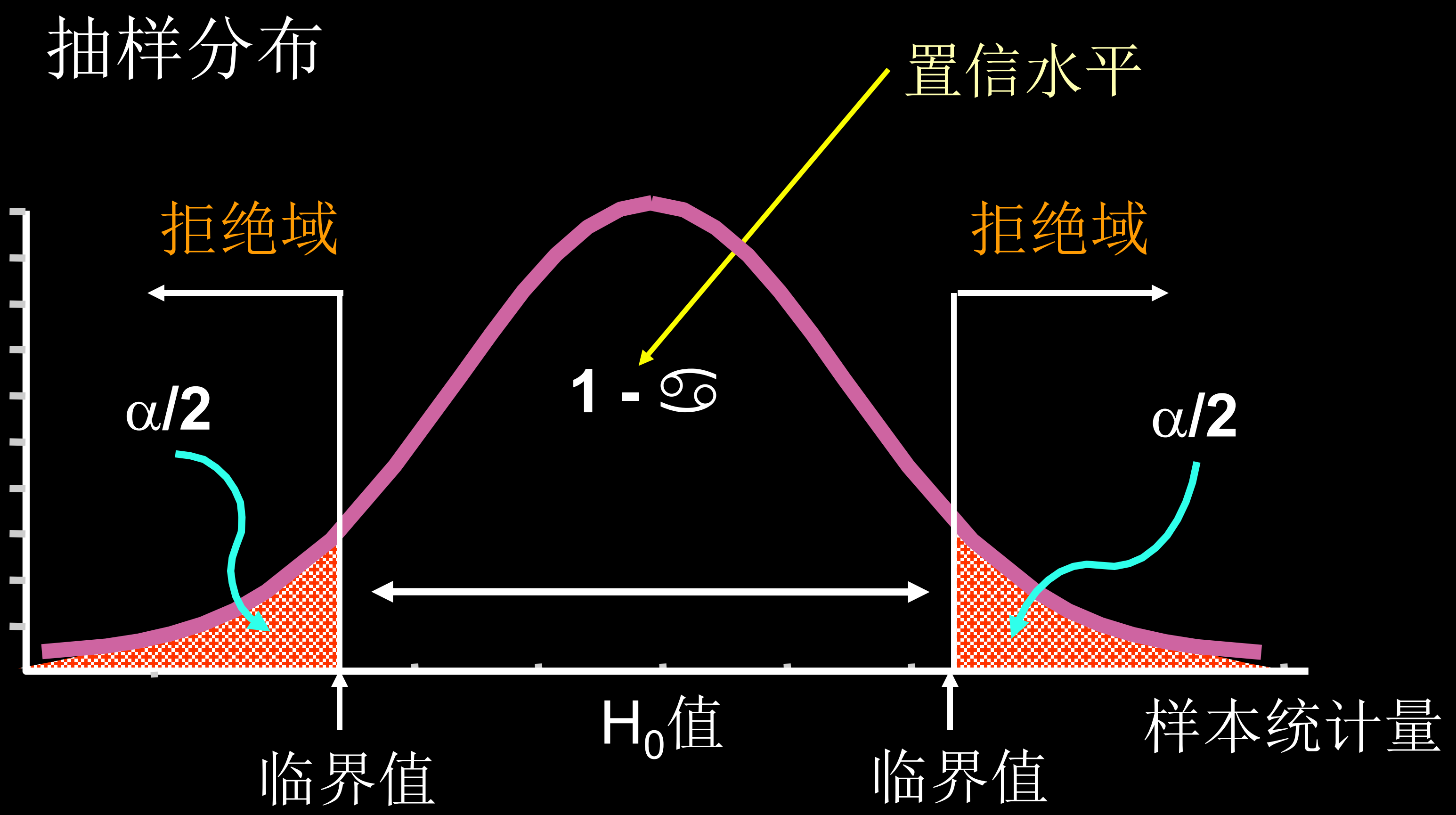
假设	研究的问题		
	双侧检验	左侧检验	右侧检验
H_0	$\mu = \mu_0$	$\mu \geq \mu_0$	$\mu \leq \mu_0$
H_1	$\mu \neq \mu_0$	$\mu < \mu_0$	$\mu > \mu_0$

双侧检验
(原假设与备择假设的确定)

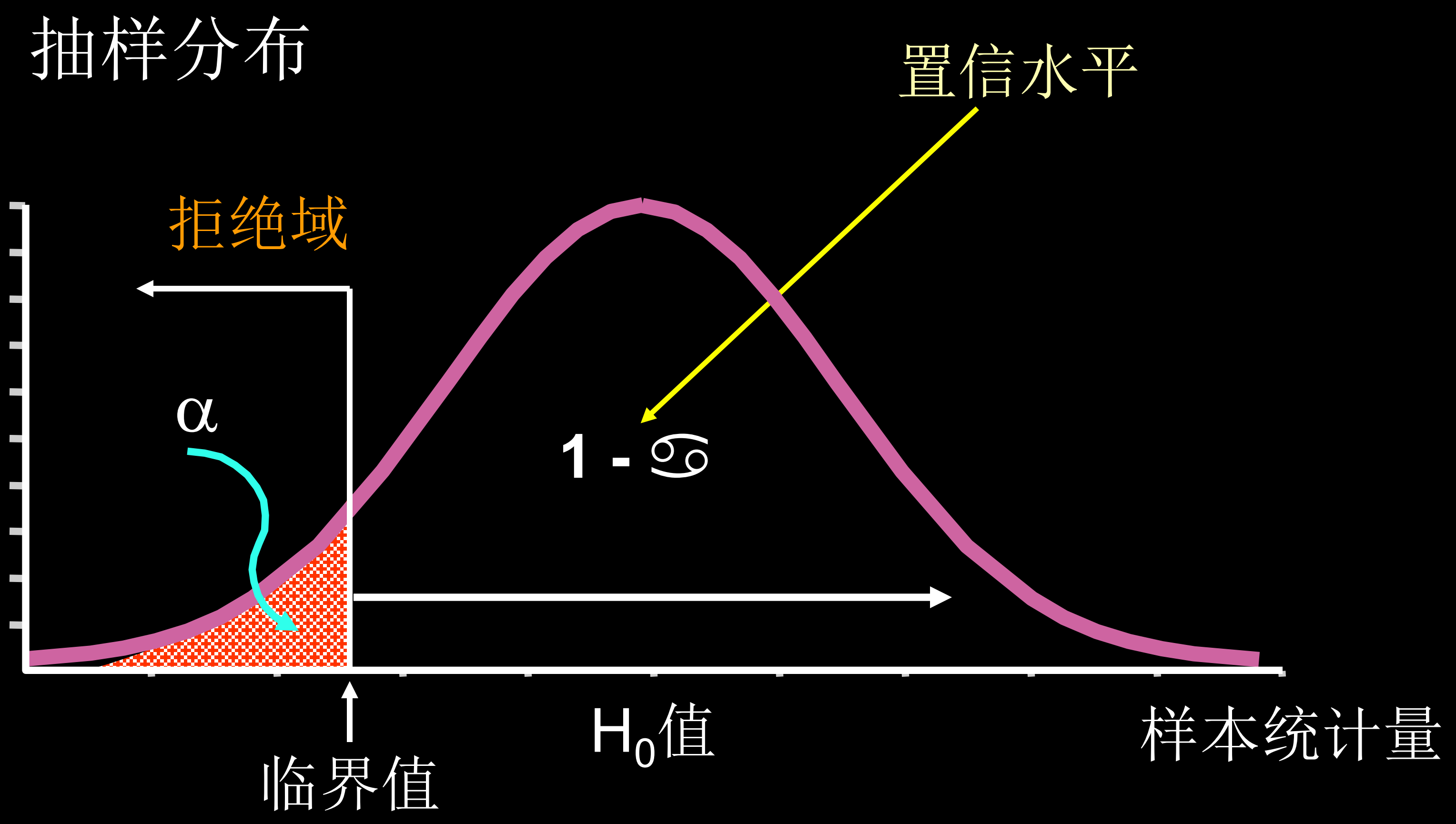
1. 属于*决策中的假设检验*
2. 不论是拒绝H_0还是不拒绝H_0，都必需采取相应的行动措施
3. 例如，某种零件的尺寸，要求其平均长度为10cm，大于或小于10cm均属于不合格
   - 我们想要证明(检验)大于或小于这两种可能性中的任何一种是否成立
4. 建立的原假设与备择假设应为

$$H_0: \mu = 10 \qquad H_1: \mu \neq 10$$

双侧检验
(显著性水平与拒绝域)



单侧检验
(显著性水平与拒绝域)



8.2 一个总体参数的检验

8.2.1 检验统计量的确定

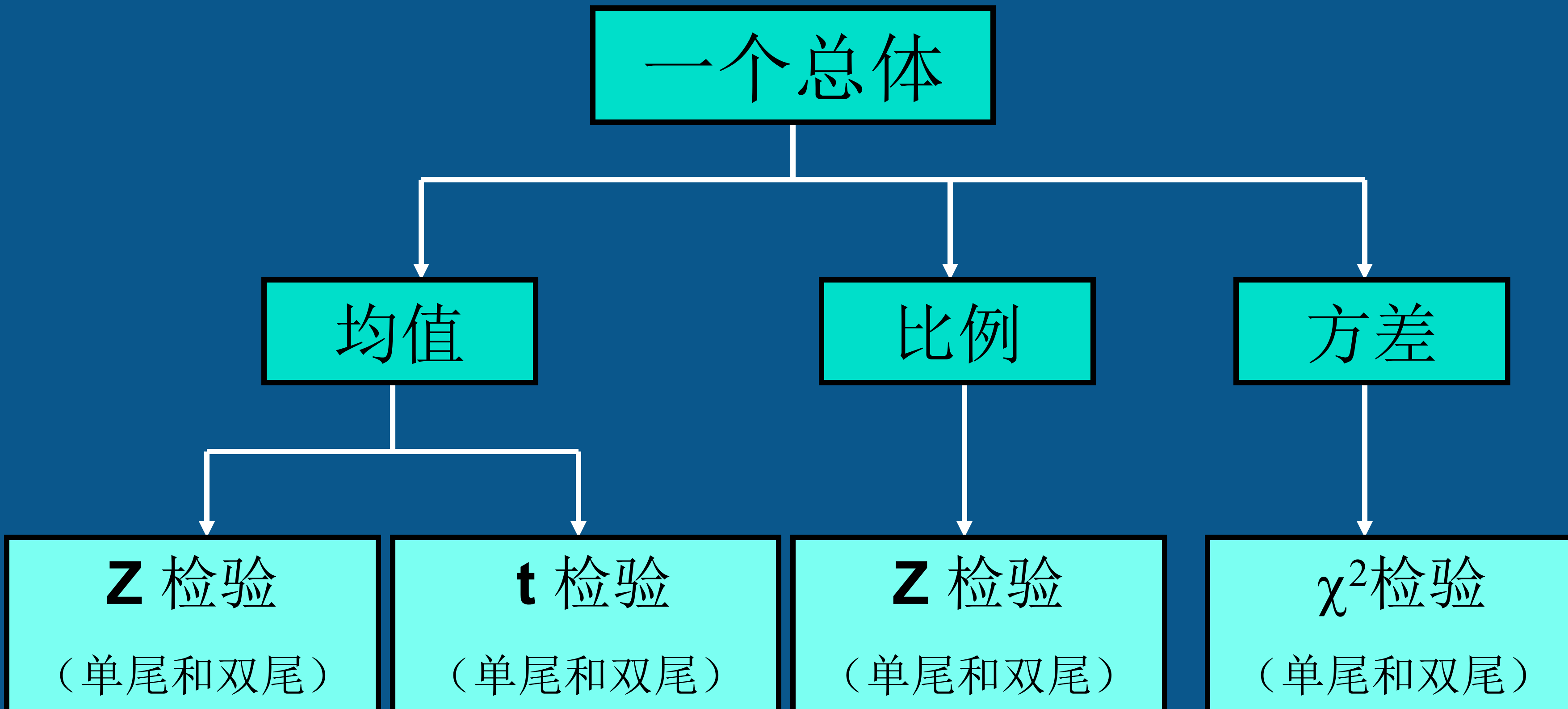
8.2.2 总体均值的检验

8.2.3 总体比例的检验

8.2.4 总体方差的检验

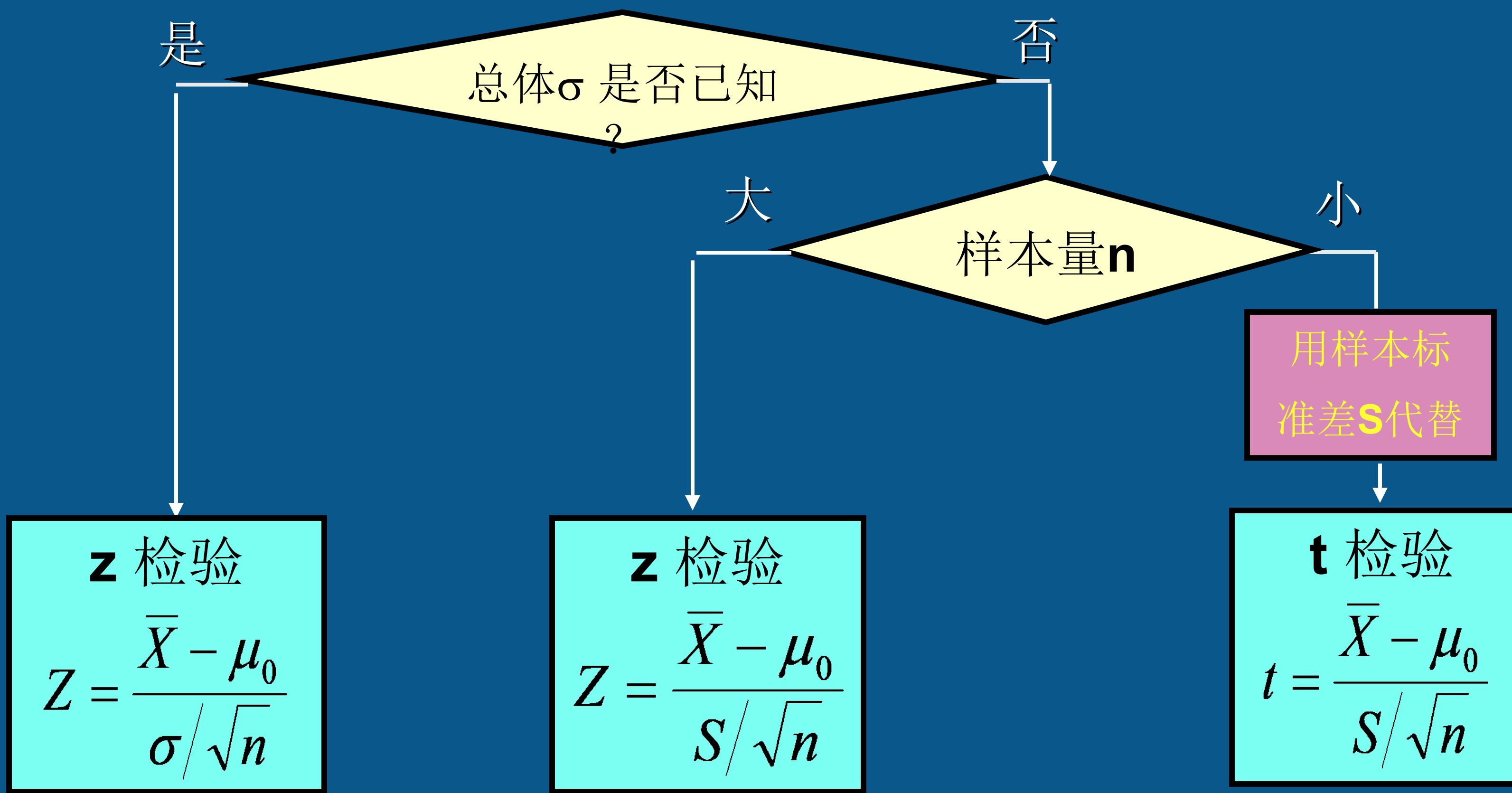
作者：贾俊平，中国人民大学统计学院

一个总体参数的检验



总体均值检验

总体均值的检验
(检验统计量)



总体均值的检验
(♦^{2} 已知或♦^{2}未知大样本)

1. 假定条件
   - 总体服从正态分布
   - 若不服从正态分布, 可用正态分布来近似 (n≥30)
2. 使用Z-统计量
   - ♦^{2} 已知： $Z=\dfrac{\overline{X}-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}\sim N(0,1)$
   - ♦^{2} 未知： $Z=\dfrac{\overline{X}-\mu_0}{S/\sqrt{n}}\sim N(0,1)$

♦2 已知均值的检验
(例题分析)

【例】某机床厂加工一种零件，根据经验知道，该厂加工零件的椭圆度近似服从正态分布，其总体均值为μ_0=0.081mm，总体标准差为♦= 0.025 。今换一种新机床进行加工，抽取n=200个零件进行检验，得到的椭圆度为0.076mm。试问新机床加工零件的椭圆度的均值与以前有无显著差异？（α＝0.05）

双侧检验

♦2 已知均值的检验
(例题分析)

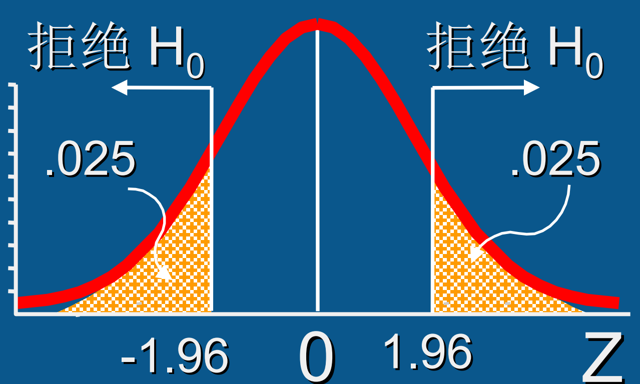
H_0: ❍ = 0.081

H_1: ❍ ≠ 0.081

♋ = 0.05

n = 200

临界值(s):



检验统计量:

$$z = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}} = \frac{0.076 - 0.081}{0.025 / \sqrt{200}} = -2.83$$

决策:

在 ♋ = 0.05的水平上拒绝H_0

结论:

有证据表明新机床加工的零件的椭圆度与以前有显著差异

♦2 已知均值的检验 (*P* 值的计算与应用)

第1步：进入Excel表格界面，选择“插入”下拉菜单

第2步：选择“函数”点击

第3步：在函数分类中点击“统计”，在函数名的菜单下选择字符“NORMSDIST”然后确定

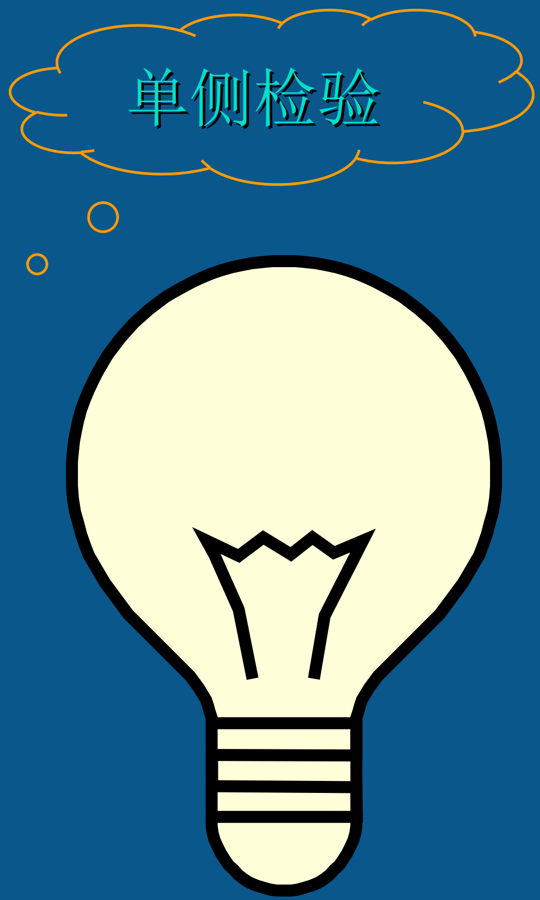
第4步：将Z的绝对值2.83录入，得到的函数值为 0.997672537

P值=2(1－0.997672537)=0.004654

P值远远小于$\alpha/2$，故拒绝H_0

♦2 已知均值的检验
(小样本例题分析)

【例】根据过去大量资料，某厂生产的灯泡的使用寿命服从正态分布$N\sim(1020, 100^2)$。现从最近生产的一批产品中随机抽取16只，测得样本平均寿命为1080小时。试在0.05的显著性水平下判断这批产品的使用寿命是否有显著提高？($\alpha=0.05$)



♦2 已知均值的检验 (小样本例题分析)

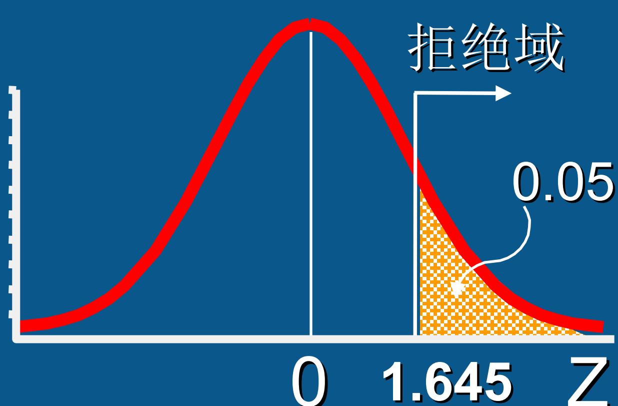
H0: ❍ ≤ 1020

H1: ❍ > 1020

♋ = 0.05

n = 16

临界值(s):



检验统计量:

$$z=\frac{\bar{x}-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}=\frac{1080-1020}{100/\sqrt{16}}=2.4$$

决策:

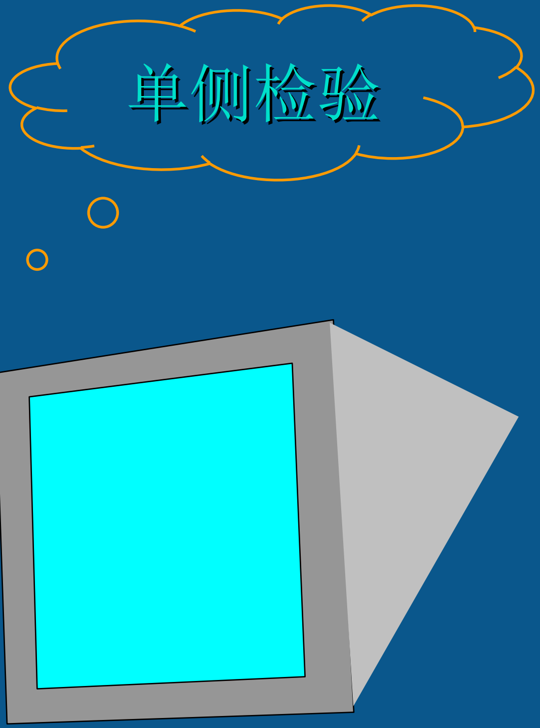
在 ♋ = 0.05的水平上拒绝H_0

结论:

有证据表明这批灯泡的使用寿命有显著提高

♦2 未知大样本均值的检验
(例题分析)

【例】某电子元件批量生产的质量标准为平均使用寿命1200小时。某厂宣称他们采用一种新工艺生产的元件质量大大超过规定标准。为了进行验证，随机抽取了100件作为样本，测得平均使用寿命1245小时，标准差300小时。能否说该厂生产的电子元件质量显著地高于规定标准？（$\alpha=0.05$）



♦2 未知大样本均值的检验
(例题分析)

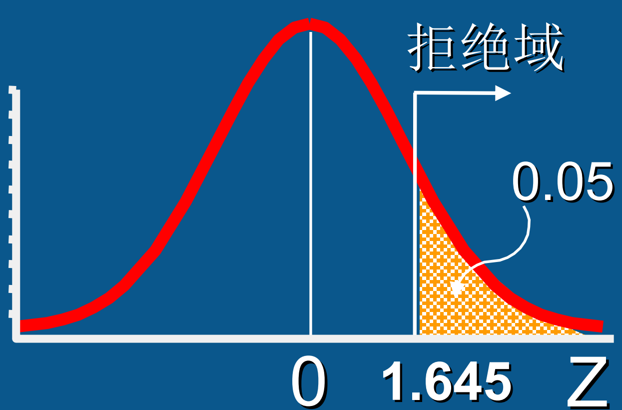
H$_0$: ❍ ≤ 1200

H$_1$: ❍ >1200

♋ = 0.05

n = 100

临界值(s):



检验统计量:

$$z=\frac{\bar{x}-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}=\frac{1245-1200}{300/\sqrt{100}}=1.5$$

决策:

在 ♋ = 0.05的水平上不拒绝H$_0$

结论:

不能认为该厂生产的元件寿命显著地高于1200小时

总体均值的检验
(♦^{2}未知小样本)

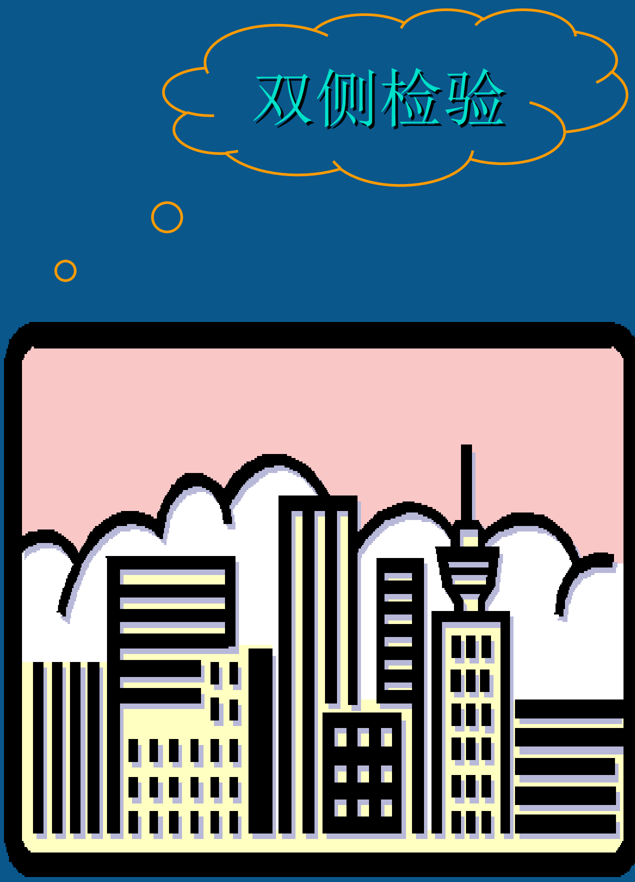
1. 假定条件
   - 总体为正态分布
   - ♦^{2}未知，且小样本
2. 使用t统计量

$$t = \frac{\overline{X} - \mu_0}{S/\sqrt{n}} \sim t(n-1)$$

♦2 未知小样本均值的检验

(例题分析)

【例】某机器制造出的肥皂厚度为5cm，今欲了解机器性能是否良好，随机抽取10块肥皂为样本，测得平均厚度为5.3cm，标准差为0.3cm，试以0.05的显著性水平检验机器性能良好的假设。



♦2 未知小样本均值的检验
(例题分析)

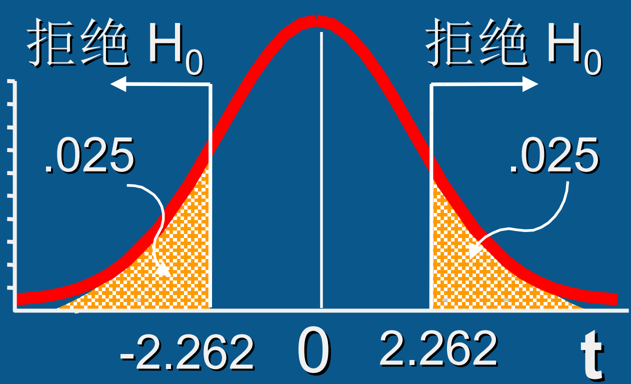
H_0: μ = 5

H_1: μ ≠ 5

α = 0.05

df = 10 - 1 = 9

临界值(s):



检验统计量:

$$t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s/\sqrt{n}} = \frac{5.3 - 5}{0.3/\sqrt{10}} = 3.16$$

决策:

在 α = 0.05的水平上拒绝H_0

结论:

说明该机器的性能不好

♦2 未知小样本均值的检验
(P 值的计算与应用)

第1步：进入Excel表格界面，选择“插入”下拉菜单

第2步：选择“函数”点击，并在函数分类中点击“统计”，然后，在函数名的菜单中选择字符“TDIST”，确定

第3步：在弹出的X栏中录入计算出的t值3.16

在自由度(Deg-freedom)栏中录入9

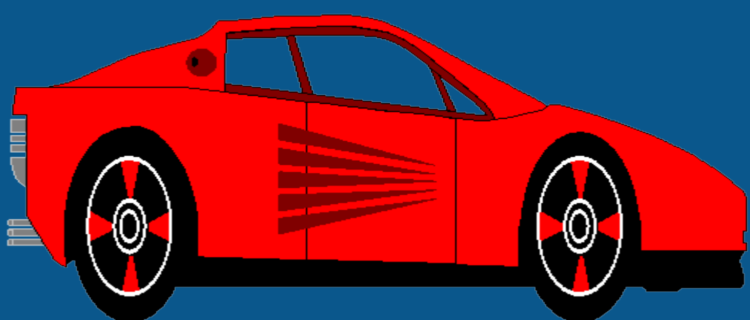
在Tails栏中录入2，表明是双侧检验(单测检验则在该栏内录入1)

P值的结果为0.01155<0.025，拒绝H_0

♦2 未知小样本均值的检验
(例题分析)

单侧检验！

【例】一个汽车轮胎制造商声称，某一等级的轮胎的平均寿命在一定的汽车重量和正常行驶条件下大于40000公里，对一个由20个轮胎组成的随机样本作了试验，测得平均值为41000公里，标准差为5000公里。已知轮胎寿命的公里数服从正态分布，我们能否根据这些数据作出结论，该制造商的产品同他所说的标准相符？($\alpha = 0.05$)



均值的单尾 t 检验
(计算结果)

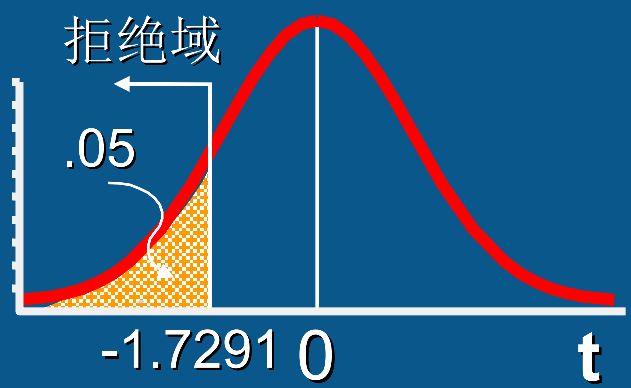
H0: ❍ ≥ 40000

H1: ❍ < 40000

♋ = 0.05

df = 20 - 1 = 19

临界值(s):



检验统计量:

$$t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s/\sqrt{n}}$$

$$= \frac{41000 - 40000}{5000/\sqrt{20}} = 0.894$$

决策:

在♋ = 0.05的水平上不拒绝H_0

结论:

不能认为制造商的产品同他所说的标准不相符

总体比例的检验
(Z 检验)

一个总体比例检验

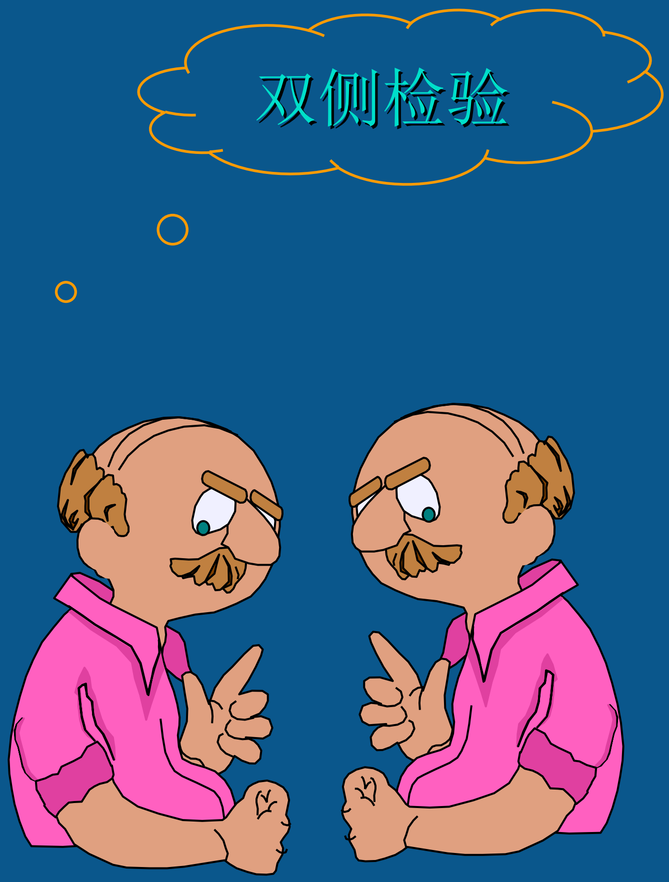
1. 假定条件
   - 有两类结果
   - 总体服从二项分布
   - 可用正态分布来近似
2. 比例检验的 Z 统计量

$$Z=\frac{P-\pi_0}{\sqrt{\frac{\pi_0(1-\pi_0)}{n}}}\sim N(0,1)$$

π_0为假设的总体比例

一个总体比例的检验
(例题分析)

【例】一项统计结果声称，某市老年人口（年龄在65岁以上）的比重为14.7%，该市老年人口研究会为了检验该项统计是否可靠，随机抽选了400名居民，发现其中有57人年龄在65岁以上。调查结果是否支持该市老年人口比重为14.7%的看法？(α= 0.05)



一个总体比例的检验
(例题分析)

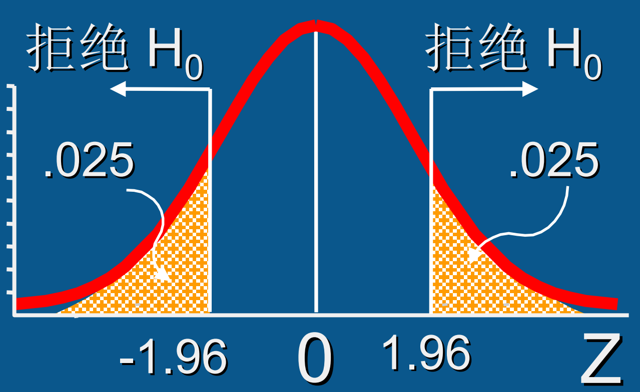
H_0: π = 14.7%

H_1: $\pi \neq$ 14.7%

α = 0.05

n = 400

临界值(s):



检验统计量:

$$z = \frac{0.1425 - 0.147}{\sqrt{\dfrac{0.147 \times (1 - 0.147)}{400}}} = -0.254$$

决策:

在 α = 0.05的水平上不拒绝H_0

结论:

该市老年人口比重为14.7%

总体方差的检验
(χ^2 检验)

方差的卡方 (χ^2) 检验

1. 检验一个总体的方差或标准差
2. 假设总体近似服从正态分布
3. 检验统计量

样本方差

$$\chi^2 = \frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2} \sim \chi^2(n-1)$$

假设的总体方差

方差的卡方 (χ^2) 检验
(例题分析)

【例】某厂商生产出一种新型的饮料装瓶机器，按设计要求，该机器装一瓶一升(1000cm^3)的饮料误差上下不超过1cm^3。如果达到设计要求，表明机器的稳定性非常好。现从该机器装完的产品中随机抽取25瓶，分别进行测定(用样本减1000cm^3)，得到如下结果。检验该机器的性能是否达到设计要求 (α=**0.05**)

0.3	-0.4	-0.7	1.4	-0.6
-0.3	-1.5	0.6	-0.9	1.3
-1.3	0.7	1	-0.5	0
-0.6	0.7	-1.5	-0.2	-1.9
-0.5	1	-0.2	-0.6	1.1

双侧检验

方差的卡方 (χ^2) 检验
(例题分析)

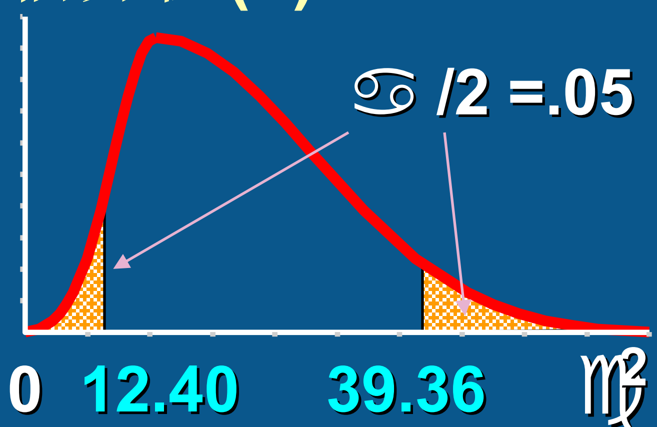
H_0: $\sigma^2 = 1$

H_1: $\sigma^2 \neq 1$

$\alpha = 0.05$

df = 25 - 1 = 24

临界值(s):



统计量:

$$\chi^2 = \frac{(n-1)s^2}{\sigma_0^2}$$

$$= \frac{(25-1)0.866}{1} = 20.8$$

决策:

在 $\alpha = 0.05$的水平上不拒绝H_0

结论:

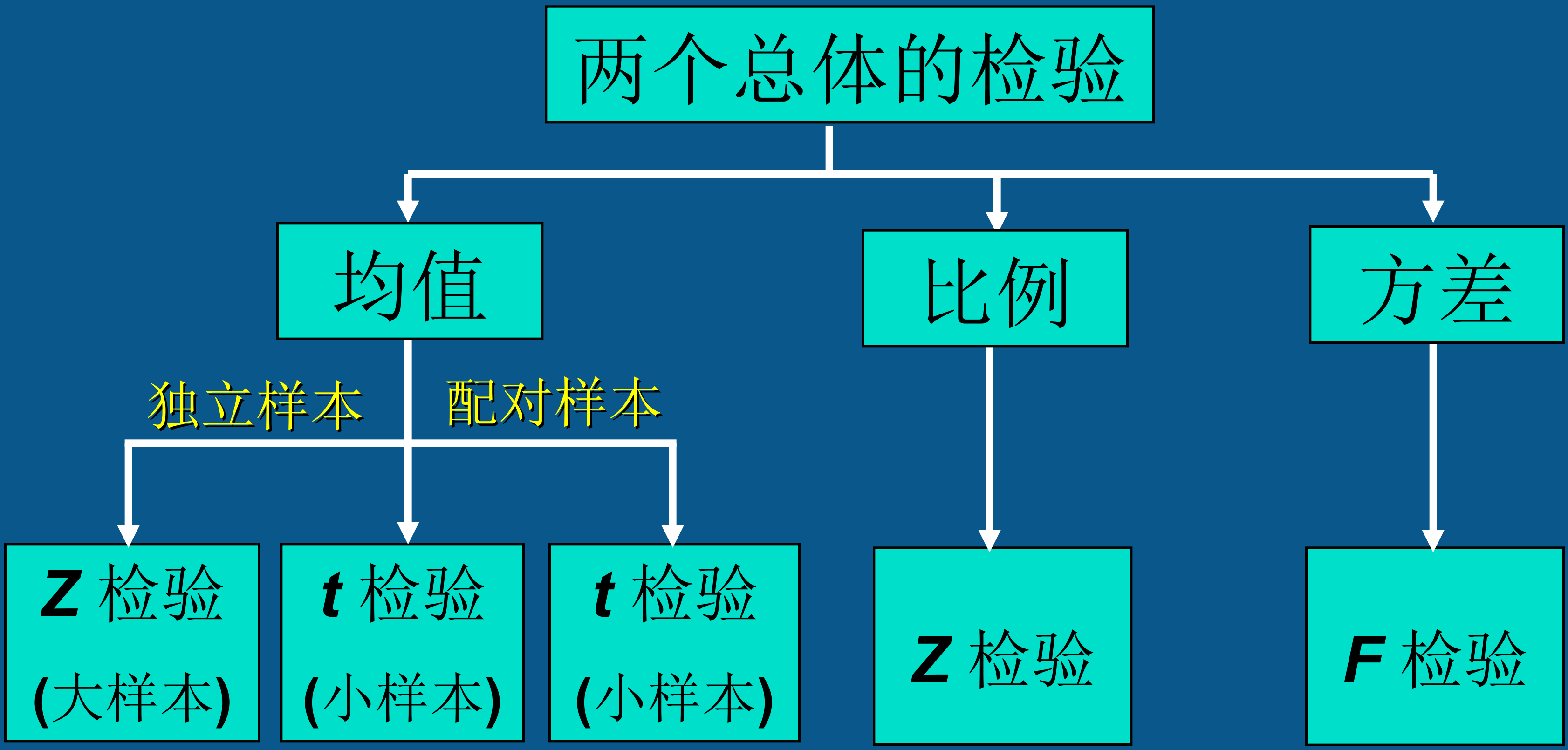
不能认为该机器的性能未达到设计要求

8.3 两个总体参数的检验

8.3.1 检验统计量的确定
8.3.2 两个总体均值之差的检验
8.3.3 两个总体比例之差的检验
8.3.4 两个总体方差比的检验
8.3.5 检验中的匹配样本

作者：贾俊平，中国人民大学统计学院

两个正态总体参数的检验



独立样本总体均值之差的检验

两个总体均值之差的检验
(♦$_1^2$、♦$_2^2$ 已知)

1. 假定条件
   - 两个样本是独立的随机样本
   - 两个总体都是正态分布
   - 若不是正态分布, 可以用正态分布来近似($n_1 \geq 30$和 $n_2 \geq 30$)
2. 检验统计量为

$$Z = \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}} \sim N(0,1)$$

两个总体均值之差的检验 (假设的形式)

假设	研究的问题		
	没有差异 有差异	均值$_1$ ≥ 均值$_2$ 均值$_1$ < 均值$_2$	均值$_1$ ≤ 均值$_2$ 均值$_1$ > 均值$_2$
H_0	$\mu_1 - \mu_2 = 0$	$\mu_1 - \mu_2 \geq 0$	$\mu_1 - \mu_2 \leq 0$
H_1	$\mu_1 - \mu_2 \neq 0$	$\mu_1 - \mu_2 < 0$	$\mu_1 - \mu_2 > 0$

两个总体均值之差的检验
(例题分析)

【例】有两种方法可用于制造某种以抗拉强度为重要特征的产品。根据以往的资料得知，第一种方法生产出的产品其抗拉强度的标准差为8公斤，第二种方法的标准差为10公斤。从两种方法生产的产品中各抽取一个随机样本，样本量分别为n_1=32，n_2=40，测得 $\bar{x}_1$= 50公斤， $\bar{x}_2$= 44公斤。问这两种方法生产的产品平均抗拉强度是否有显著差别？ (α = 0.05)

双侧检验！

两个总体均值之差的检验
(例题分析)

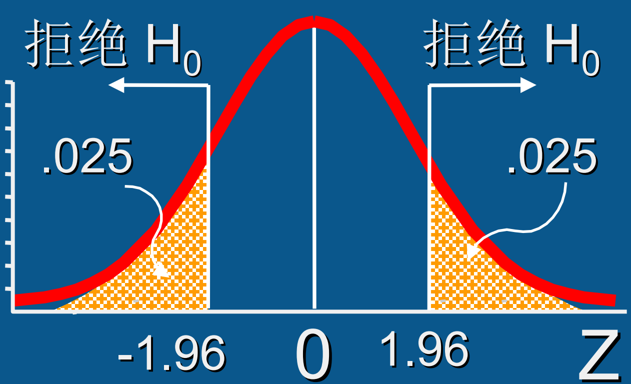
H_0: $\mu_1 - \mu_2 = 0$

H_1: $\mu_1 - \mu_2 \neq 0$

$\alpha = 0.05$

$n_1 = 32$，$n_2 = 40$

临界值(s):



检验统计量:

$$z=\frac{(\bar{x}_1-\bar{x}_2)-(\mu_1-\mu_2)}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1}+\frac{\sigma_2^2}{n_2}}}=\frac{50-44-0}{\sqrt{\frac{64}{32}+\frac{100}{40}}}=2.83$$

决策:

在 $\alpha = 0.05$的水平上拒绝H_0

结论:

有证据表明两种方法生产的产品其抗拉强度有显著差异

两个总体均值之差的检验
(♦$_1^2$、♦$_2^2$ 未知且不相等,小样本)

1. 检验具有不等方差的两个总体的均值
2. 假定条件
   - 两个样本是独立的随机样本
   - 两个总体都是正态分布
   - 两个总体方差未知且不相等♦$_1^2$ = ♦$_2^2$
3. 检验统计量

$$t=\frac{(\bar{X}_1-\bar{X}_2)-(\mu_1-\mu_2)}{S_p\sqrt{\dfrac{1}{n_1}+\dfrac{1}{n_2}}}$$

其中：$S_p^2=\dfrac{(n_1-1)S_1^2+(n_2-1)S_2^2}{n_1+n_2-2}$

两个总体均值之差的检验
($\blacklozenge_1^2$、 $\blacklozenge_2^2$ 未知但相等,小样本)

1. 检验具有等方差的两个总体的均值
2. 假定条件
   - 两个样本是独立的随机样本
   - 两个总体都是正态分布
   - 两个总体方差未知但相等$\blacklozenge_1^2 \neq \blacklozenge_2^2$
3. 检验统计量

$$t=\frac{(\overline{X}_1-\overline{X}_2)-(\mu_1-\mu_2)}{\sqrt{\dfrac{S_1^2}{n_1}+\dfrac{S_2^2}{n_2}}}$$

两个总体均值之差的检验
(例题分析)

【例】“多吃谷物，将有助于减肥。”为了验证这个假设，随机抽取了35人，询问他们早餐和午餐的通常食谱，根据他们的食谱，将其分为二类，一类为经常的谷类食用者(总体1)，一类为非经常谷类食用者(总体2)。然后测度每人午餐的大卡摄取量。经过一段时间的实验，得到如下结果：检验该假设 (♋ = 0.05)

两个总体均值之差的检验
(例题分析—用统计量进行检验)

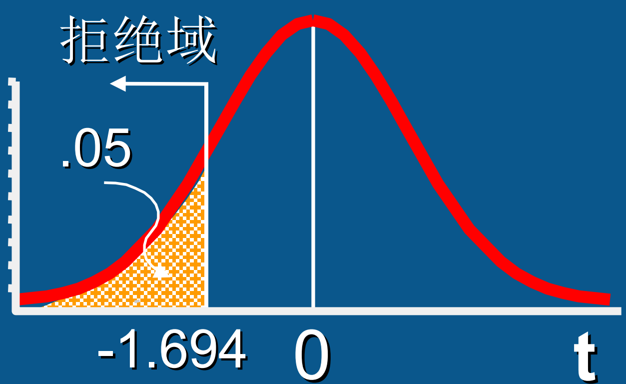
H_0: $\mu_1 - \mu_2 \ge 0$

H_1: $\mu_1 - \mu_2 < 0$

$\alpha = 0.05$

$n_1 = 15$，$n_2 = 20$

临界值(s):



检验统计量:

$$t=\frac{58.69-62.25}{\sqrt{\frac{24.41293}{15}+\frac{36.7461}{20}}}=-2.128$$

决策:

在 $\alpha = 0.05$的水平上拒绝H_0

结论:

没有证据表明多吃谷物将有助于减肥

两个总体均值之差的检验
(例题分析—用Excel进行检验)

第1步：选择“工具”下拉菜单，并选择“数据分析”选项

第2步：选择“**t**检验，双样本异方差假设”

第3步：当出现对话框后

在“变量1的区域”方框内键入数据区域

在“变量2的区域”方框内键入数据区域

在“假设平均差”的方框内键入0

在“α(A)”框内键入0.05

在“输出选项”中选择输出区域

选择“确定”

两个总体比例之差的检验

作者：贾俊平，中国人民大学统计学院

两个总体比例之差的检验

1. 假定条件
   - 两个总体都服从二项分布
   - 可以用正态分布来近似
2. 检验统计量

$$p = \frac{x_1 + x_2}{n_1 + n_2} = \frac{p_1 n_1 + p_2 n_2}{n_1 + n_2}$$

   - 检验H_0：π_1-π_2=0

$$z = \frac{p_1 - p_2}{\sqrt{p(1-p)\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}}$$

   - 检验H_0：π_1-π_2=d_0

$$z = \frac{(p_1 - p_2) - d_0}{\sqrt{\frac{p_1(1-p_1)}{n_1} + \frac{p_2(1-p_2)}{n_2}}}$$

两个总体比例之差的Z检验 (例题分析)

例 8.7

某机器制造出的肥皂厚度为 5cm，今欲了解机器性能是否良好，随机抽取 10 块肥皂作为样本，测得平均厚度为 5.3cm，标准差为 0.3cm，试以 0.05 的显著性水平检验机器性能良好的假设。

★解：如果机器性能良好，生产出的肥皂厚度将在 5cm 上下波动，过薄或过厚都不符合产品质量标准，所以，根据题意，这是双侧检验问题。

由于总体 σ 未知，且样本量 n 较小，所以应采用 t 统计量。

已知条件为：$\mu_0=5$，$\bar{x}=5.3$，$s=0.3$，$n=10$，$\alpha=0.05$。

H_0: $\mu=5$

H_1: $\mu\neq5$

$$t=\frac{\bar{x}-\mu_0}{s/\sqrt{n}}=\frac{5.3-5}{0.3/\sqrt{10}}=3.16$$

当 $\alpha=0.05$，自由度 $n-1=9$ 时，查表得 $t_{\alpha/2}(9)=2.2622$。因为 $t>t_{\alpha/2}$，样本统计量落入拒绝域，故拒绝 H_0，接受 H_1，说明该机器的性能不好。

两个总体比例之差的Z检验
(例题分析)

例 8.8

一项统计结果声称，某市老年人口（年龄在 65 岁以上）所占的比例为 14.7%，该市老年人口研究会为了检验该项统计是否可靠，随机抽选了 400 名居民，发现其中有 57 人年龄在 65 岁以上。调查结果是否支持该市老年人口比例为 14.7%的看法（$\alpha=0.05$）?

★解：H_0：$\pi=14.7\%$

H_1：$\pi\neq 14.7\%$

$$p=\frac{57}{400}=0.142\,5=14.25\%$$

$$z=\frac{p-\pi_0}{\sqrt{\frac{\pi_0(1-\pi_0)}{n}}}=\frac{0.142\,5-0.147}{\sqrt{\frac{0.147\times(1-0.147)}{400}}}=-0.254$$

这是一个双侧检验，当 $\alpha=0.05$ 时，有

$$z_{\alpha/2}=\pm 1.96$$

由于 $|z|<|z_{\alpha/2}|$，不能拒绝 H_0，可以认为调查结果支持了该市老年人口所占比例为 14.7%的看法。

两个总体方差比的检验

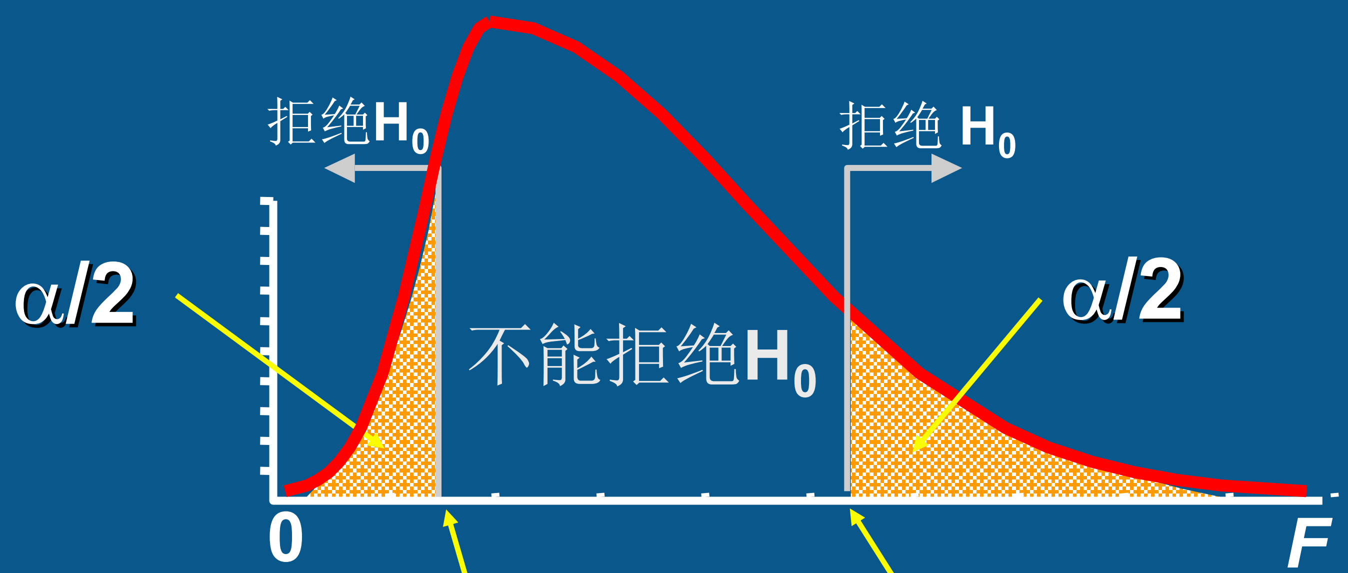
作者：贾俊平，中国人民大学统计学院

两个总体方差比的检验
(*F* 检验)

1. 假定条件
   - 两个总体都服从正态分布，且方差相等
   - 两个独立的随机样本
2. 假定形式
   - H_0：$\sigma_1^2 = \sigma_2^2$　或　H_0：$\sigma_1^2 \geq \sigma_2^2$ (或 $\leq$)

     H_1：$\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$　　　H_1：$\sigma_1^2 < \sigma_2^2$ (或 $>$)
3. 检验统计量
   - $F = S_1^2 / S_2^2 \sim F(n_1 - 1 ,\ n_2 - 1)$

两个总体方差的 *F* 检验
(临界值)



$$F_{1-\alpha/2}(n_1-1,n_2-1)=\frac{1}{F_{\alpha/2}(n_2-1,n_1-1)}$$

$$F_{\alpha/2}(n_1-1,n_2-1)$$

两个总体方差的 *F* 检验
(例题分析)

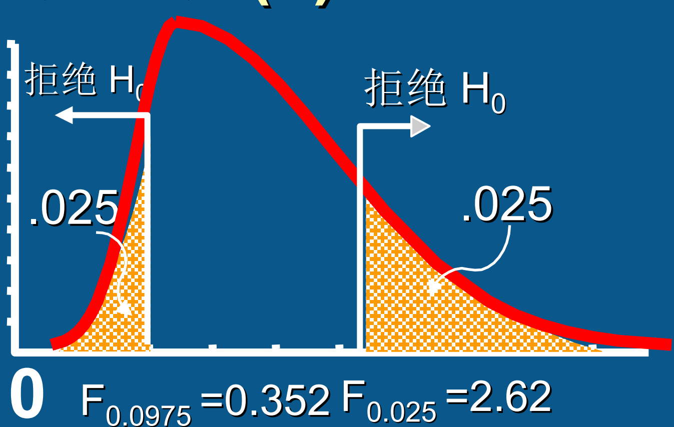
H_0: $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$

H_1: $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$

♋ = 0.05

n_1 = 15，n_2 = 20

临界值(s):



检验统计量:

$$F=\frac{s_1^2}{s_2^2}=\frac{2431.429}{3675.461}=0.6615$$

决策:

在 ♋ = 0.05的水平上不拒绝H_0

结论:

不能认为这两个总体的方差有显著差异

本章小节

1. 假设检验的概念和类型
2. 假设检验的过程
3. 基于一个样本的假设检验问题
4. 基于两个样本的假设检验问题
5. 利用*p* - 值进行检验

结　束