P167.　　习题 3.1　　　　　　仅供参考

1、

$$\det A=3(-3-10)+40=1$$
$$\det A=3(-3)-5(6-8)=1$$

7、$\det A=4(15-14)+3(18-18)=4$

11、$\det A=3\times(-2)\times 2=-12$

14、

$$\det A=1\times\begin{vmatrix}6&3&2&4\\9&0&-4&1\\3&0&0&0\\4&2&3&2\end{vmatrix}=1\times 3\times\begin{vmatrix}3&2&4\\0&-4&1\\2&3&2\end{vmatrix}=1\times 3\times(3\times\begin{vmatrix}-4&1\\3&2\end{vmatrix}+2\times\begin{vmatrix}2&4\\-4&1\end{vmatrix})$$

$$=9(-8-3)+6(2+16)=9$$

19、$\begin{array}{l}\det A_1=ad-bc\\ \det A_2=bc-ad\end{array}$，行交换。一般地,行列式的值变号。

30、$\det A=-1$

37、$5A=\begin{bmatrix}15&5\\20&10\end{bmatrix}$，$\begin{array}{l}\det 5A=150-100=50\\ 5\det A=5(6-4)=10\end{array}$，不相等。

39、A.真命题。由行列式的递归定义得，当 n=3 时 detA 由 2×2 子矩阵的行列式定义，当 n=4 时，detA 由 3×3 子矩阵的行列式定义。故可知为真命题。

B.假命题。余因子 $C_{ij}=(-1)^{i+j}\det A_{ij}$

40、A.假命题。列的余因子展开式和行的余因子展开式是相等的。
B.假命题。根据定理 2 可知为假命题。

P175.　　习题 3.2　　仅供参考

1、A 的两行互换得矩阵 B，则 $\det B = -\det A$

10、

$$\begin{vmatrix} 1 & 3 & -1 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & -4 & -1 & -6 \\ -2 & -6 & 2 & 3 & 9 \\ 3 & 7 & -3 & 8 & -7 \\ 3 & 5 & 5 & 2 & 7 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 3 & -1 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & -4 & -1 & -6 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & 5 \\ 0 & -2 & 0 & 8 & -1 \\ 0 & -4 & 8 & 2 & 13 \end{vmatrix}$$

$$= \begin{vmatrix} 1 & 3 & -1 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & -4 & -1 & -6 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & 5 \\ 0 & 0 & -4 & 7 & -7 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = (-1) \times \begin{vmatrix} 1 & 3 & -1 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & -4 & -1 & -6 \\ 0 & 0 & -4 & 7 & -7 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

$$= (-1) \times 1 \times 2 \times (-4) \times 3 = 24$$

19、det A=14

24、

$$\begin{vmatrix} 4 & -7 & -3 \\ 6 & 0 & -5 \\ -7 & 2 & 6 \end{vmatrix} = (-7) \times \begin{vmatrix} 6 & -5 \\ -7 & 6 \end{vmatrix} + 2 \times \begin{vmatrix} 4 & -3 \\ 6 & -5 \end{vmatrix} = -7 - 4 = -11$$

由定理4可得方阵是可逆的，方阵等价于单位矩阵，所以每组向量线性无关

31、

$AA^{-1} = I$，A可逆，则$\det A \neq 0$

由定理6可得：$\det AA^{-1} = (\det A)(\det A^{-1})$

而$\det I = 1$,所以可得$\det A^{-1} = \dfrac{1}{\det A}$

33、由定理6可得：$\det AB = (\det A)(\det B) = (\det B)(\det A) = \det BA$

41、

$\det B = ad - bc, \det C = ed - fc, \det A = (a+e)d - (b+f)c,$

$\det B + \det C = ad - bc + ed - fc = (a+e)d - (b+f)c = \det A,$

原式可证

P184.　习题 3.3　　　　　仅供参考

1、
$$\det A=20-14=6,\det A_1(b)=12-7=5,\det A_2(b)=-1$$
$$x_1=\frac{\det A_1(b)}{\det A}=\frac{5}{6},x_2=\frac{\det A_2(b)}{\det A}=-\frac{1}{6}$$

7、
$$\det A=\begin{vmatrix}6s & 4\\ 9 & 2s\end{vmatrix}=12s^2-36,\det A_1(b)=\begin{vmatrix}5 & 4\\ -2 & 2s\end{vmatrix}=10s+8,$$
$$\det A_2(b)=\begin{vmatrix}6s & 5\\ 9 & -2\end{vmatrix}=-12s-45$$
$$x_1=\frac{\det A_1(b)}{\det A}=\frac{10s+8}{12s^2-36}=\frac{5s+4}{6(s^2-3)}$$
$$x_2=\frac{\det A_2(b)}{\det A}=\frac{-12s-45}{12s^2-36}=\frac{-4-15}{4(s^2-3)}$$
且$s\neq\pm\sqrt{3}$

18、

因为A中所有元素是整数，所以$adjA$中所有的元素也为整数，

$A^{-1}=\frac{1}{\det A}adjA$, 且$\det A=1, A^{-1}=adjA$, 所以$A^{-1}$中所有元素也是整数

22、
减去顶点坐标（0,-2），得（0,0),(6,1),(-3,3),(3,5),

此平行四边形由$A=\begin{bmatrix}-3 & 6\\ 3 & 1\end{bmatrix}$的列确定，由于$|\det A|=|-21|$,

所以所求的平行四边形面积为21

29、

用两个相同的该三角形拼凑成一个平行四边形，

该平行四边形的面积为$|v_1\quad v_2|$,所以该三角形的面积为$\frac{1}{2}|v_1\quad v_2|$

30、

减去顶点坐标（x_1, y_1),得（x_2-x_1, y_2-y_1),（x_3-x_1, y_3-y_1),

由29题结论可得该三角形的面积为$\frac{1}{2}\left|\det\begin{bmatrix} x_2-x_1 & x_3-x_1 \\ y_2-y_1 & y_3-y_1 \end{bmatrix}\right|$,

$$\det\begin{bmatrix} x_2-x_1 & x_3-x_1 \\ y_2-y_1 & y_3-y_1 \end{bmatrix} = (x_2-x_1)(y_3-y_1)-(x_3-x_1)(y_2-y_1)$$

$$= x_1(y_2-y_3)-x_2(y_1-y_3)+x_3(y_1-y_2)$$

$$= \det\begin{bmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{bmatrix}$$

所以$\{$三角形的面积$\} = \frac{1\cdot}{2}\left|\det\begin{bmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{bmatrix}\right|$